

А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонський
Ю.М. Рабінович
М.С. Якір

Алгебра

9 клас

Збірник задач
і контрольних робіт

*Схвалено
для використання
у загальноосвітніх навчальних закладах*

Харків
«Гімназія»
2018

*Схвалено для використання
у загальноосвітніх навчальних закладах комісією з математики
Науково методичної ради з питань освіти
Міністерства освіти і науки України
(лист Інституту модернізації змісту освіти
від 10.07.2017 № 21.1/12-Г-367)*

Серія «Математика від «Гімназії»

Мерзляк А. Г.

М52 Алгебра. 9 кл. : збірник задач і контрольних робіт /
А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, Ю. М. Рабінович, М. С. Якір. —
Х. : Гімназія, 2018. — 112 с. : іл.
ISBN 978-966-474-298-3.

Посібник є складовою навчально-методичного комплексу до підручника «Алгебра. 9 клас» (автори А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір). Перша частина містить вправи (три варіанти), що відповідають поданим у підручнику темам. Цей матеріал призначено для складання самостійних перевірних робіт, а також для відпрацювання навичок розв'язування задач. Друга частина посібника містить завдання для контрольних робіт (два варіанти).

Для вчителів та учнів 9 класів загальноосвітніх навчальних закладів.

УДК 373:512

Навчальне видання

Мерзляк Аркадій Григорович, Полонський Віталій Борисович,
Рабінович Юхим Михайлович, Якір Михайло Семенович

Алгебра

9 клас

Збірник задач і контрольних робіт

Головний редактор *Г. Ф. Висоцька*

Редактор *Т. Є. Цента*. Комп'ютерне верстання *С. І. Северин*

Формат 84x108/32. Папір офсетний. Гарнітура шкільна. Друк офсетний.
Ум. друк. арк. 5,88. Тираж 3000 прим. Замовлення №

ТОВ ТО «Гімназія».

вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052

Тел.: (057) 719-17-26, (057) 719-46-80, факс: (057) 758-83-93

E-mail: contact@gymnasia.com.ua, www.gymnasia.com.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 644 від 25.10.2001

Надруковано з діалозитивів, виготовлених ТОВ ТО «Гімназія».

у друкарні ПП «Модем», вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052

Тел. (057) 758-15-80

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ХК № 91 від 25.12.2003

© А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський,
Ю. М. Рабінович, М. С. Якір, 2017

ISBN 978-966-474-298-3

© ТОВ ТО «Гімназія», оригінал-макет, 2017

ВІД АВТОРІВ

Ця книга є складовою навчально-методичного комплексу до підручника «Алгебра. 9 клас» авторів А.Г. Мерзляка, В.Б. Полонського, М.С. Якіра.

Першу частину — «Вправи» поділено на три однотипних варіанти по 225 задач у кожному (задачі, що мають однакові номери, є однотипними). Цей матеріал насамперед призначено для складання самостійних перевірних робіт. Наявність для кожного типу задач ще двох аналогічних завдань дає також змогу використовувати цей матеріал для відпрацювання навичок розв'язування задач основних типів. На с. 4, 5 наведено таблицю тематичного розподілу вправ.

Друга частина посібника містить завдання для контрольних робіт (два варіанти). Завдання за змістом можна умовно поділити на дві частини. Перша відповідає початковому та середньому рівням навчальних досягнень учнів. Завдання цієї частини позначено символом n (n — номер завдання). Друга частина відповідає достатньому та високому рівням. Завдання кожного із цих рівнів позначено символами n^{\bullet} і $n^{\bullet\bullet}$ відповідно. Виконання завдань першої частини оцінюється максимально у 6 балів. Правильно розв'язані задачі достатнього рівня (n^{\bullet}) додають ще 4 бали, тобто учень має можливість отримати відмінну оцінку 10 балів. Якщо учневі вдалося розв'язати ще й задачу $n^{\bullet\bullet}$, то він отримує оцінку 12 балів.

У посібнику відсутній розділ «Відповіді». Це зроблено для того, щоб можна було використовувати посібник як роздавальний дидактичний матеріал на контрольних і перевірних роботах.

ТЕМАТИЧНИЙ РОЗПОДІЛ ВПРА

Тема
Числові нерівності
Основні властивості числових нерівностей
Додавання і множення числових нерівностей. Оцінювання значення виразу
Нерівності з однією змінною
Розв'язування лінійних нерівностей з однією змінною. Числові проміжки
Системи лінійних нерівностей з однією змінною
Повторення та розширення відомостей про функцію
Властивості функції
Як побудувати графік функції $y = kf(x)$, якщо відомо графік функції $y = f(x)$
Як побудувати графіки функцій $y = f(x) + b$ і $y = f(x + a)$, якщо відомо графік функції $y = f(x)$
Квадратична функція, її графік і властивості
Розв'язування квадратних нерівностей
Системи рівнянь із двома змінними
Система двох рівнянь із двома змінними як математична модель прикладної задачі
Числові послідовності
Арифметична прогресія
Сума n перших членів арифметичної прогресії

Тема	Номери вправ
Геометрична прогресія	193–205
Сума n перших членів геометричної прогресії	206–213
Випадкова подія. Ймовірність випадкової події*	214–221
Початкові відомості про статистику*	222–225

* Матеріал, не обов'язковий для вивчення

ВПРАВИ

Варіант 1

Числові нерівності

1. Порівняйте числа a і b , якщо:
- 1) $a - b = -0,3$; 2) $a - b = 1,2$; 3) $a = 0,6 + b$; 4) $b = a - 8$.
2. Точка $A(a)$ розташована на координатній прямій праворуч від точки $B(-2)$. Яке з тверджень є правильним:
- 1) $a > -2$; 3) $a = -2$;
2) $a < -2$; 4) числа a і -2 порівняти неможливо?
3. Доведіть нерівність:
- 1) $(a - 8)(a + 7) > (a + 10)(a - 11)$;
2) $(a - 6)^2 - 2 < (a - 5)(a - 7)$;
3) $(2a - 5)(2a + 5) - (3a - 2)^2 \leq 3(4a - 9) - 2$.
4. Доведіть нерівність:
- 1) $a^2 - 6a + 10 > 0$; 4) $x^2 + 4y^2 + 6x + 4y + 10 \geq 0$;
2) $12y - 4y^2 - 11 < 0$; 5) $x^2 - 10xy + 26y^2 + 12y + 40 > 0$;
3) $a(a - 8) > 2(a - 13)$; 6) $\frac{a^2 + 5}{\sqrt{a^2 + 4}} \geq 2$.
5. Доведіть, що:
- 1) $ab(a + b) \leq a^3 + b^3$, якщо $a \geq 0$, $b \geq 0$;
2) $m^3 + m^2 - m - 1 > 0$, якщо $m > 1$.
6. Доведіть, що:
- 1) $(a + b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$, якщо $a > 0$, $b > 0$;
2) $(a + 6)(b + 3)(c + 2) \geq 48\sqrt{abc}$, якщо $a \geq 0$, $b \geq 0$, $c \geq 0$.

Основні властивості числових нерівностей

7. Відомо, що $a > b$. Порівняйте:
- 1) $a + 5$ і $b + 5$; 3) $1,9a$ і $1,9b$; 5) $-100b$ і $-100a$;
2) $b - 10$ і $a - 10$; 4) $-a$ і $-b$; 6) $\frac{a}{13}$ і $\frac{b}{13}$.

8. Відомо, що $a < b$. Порівняйте:

1) $a - 3$ і b ;

3) $-a + 1$ і $-b + 1$;

2) a і $b + 4$;

4) $a + 5$ і $b - 1$.

9. Порівняйте числа a і 0 , якщо:

1) $6a > 5a$;

2) $\frac{a}{8} < \frac{a}{9}$;

3) $-7a > -9a$;

4) $-\frac{a}{100} > -\frac{a}{10}$.

10. Дано: $a > 0$ і $b < 0$. Порівняйте:

1) $a - b$ і 0 ;

3) $4a - 5b$ і b ;

2) $b - a$ і a ;

4) $\frac{1}{3b - 2a}$ і a .

Додавання і множення числових нерівностей.
Оцінювання значення виразу

11. Чи є правильним твердження:

1) якщо $a > 3$ і $b > 10$, то $a + b > 13$;

2) якщо $a > 3$ і $b > 10$, то $a + b > 12$;

3) якщо $a > 3$ і $b > 10$, то $a + b > 14$;

4) якщо $a > 3$ і $b > 10$, то $ab > 30$;

5) якщо $a > 3$ і $b > 10$, то $a - b > -7$;

6) якщо $a > 3$ і $b > 10$, то $ab > 28$;

7) якщо $a > 3$ і $b > 10$, то $2a + 4b > 39$;

8) якщо $a > 3$ і $b < 10$, то $a - b > -7$;

9) якщо $a < 3$ і $b < 10$, то $ab < 30$;

10) якщо $0 < a < 3$ і $0 < b < 10$, то $ab < 30$;

11) якщо $a > 3$, то $a^2 > 9$;

12) якщо $a < 3$, то $a^2 < 9$;

13) якщо $a > 3$, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{3}$;

14) якщо $a < 3$, то $\frac{1}{a} > \frac{1}{3}$?

12. Дано: $-4 < a < 3$. Оцініть значення виразу:

1) $4a$; 3) $a + 5$; 5) $-a$; 7) $2a - 6$;

2) $\frac{a}{5}$; 4) $a - 7$; 6) $-2a$; 8) $5 - 3a$.

13. Відомо, що $3,3 < \sqrt{11} < 3,4$. Оцініть значення виразу:

1) $3\sqrt{11}$; 2) $-4\sqrt{11}$; 3) $5 - \sqrt{11}$; 4) $\frac{5 - \sqrt{11}}{2}$.

14. Дано: $3 < a < 9$. Оцініть значення виразу $\frac{1}{a}$.

15. Дано: $4 < a < 7$ і $3 < b < 5$. Оцініть значення виразу:

1) $a + b$; 3) ab ; 5) $3a + 7b$; 7) $\frac{4b}{9a}$;

2) $a - b$; 4) $\frac{a}{b}$; 6) $2a - 5b$; 8) $\frac{0,6b - 0,2a}{0,7a - 0,1b}$.

16. Оцініть периметр рівнобедреного трикутника з основою a см і бічною стороною b см, якщо $11 < a < 15$, $12 < b < 20$.

17. Оцініть периметр і площу прямокутника зі сторонами a см і b см, якщо $30 < a < 50$, $10 < b < 40$.

Нерівності з однією змінною

18. Які з чисел -5 ; 4 ; -6 ; 0 ; $\frac{1}{3}$ є розв'язками нерівності:

1) $x > \frac{1}{3}$; 3) $2x > x + 1$; 5) $\sqrt{x+1} > 2$;

2) $x \leq 4$; 4) $x^2 - 4 \leq 0$; 6) $\frac{1}{x} < 2$?

19. Якою є множина розв'язків нерівності:

1) $(x-1)^2 > 0$; 3) $(x-1)^2 < 0$; 5) $0x > -5$; 7) $0x > 5$;

2) $(x-1)^2 \geq 0$; 4) $(x-1)^2 \leq 0$; 6) $0x < -5$; 8) $0x < 5$?

20. Розв'яжіть нерівність:

1) $\frac{1}{x^2} + 1 > 0$; 3) $\frac{x-1}{x-1} \geq 0$; 5) $\frac{x-1}{x-1} \leq 1$; 7) $\left(\frac{x-2}{x-3}\right)^2 > 0$;

2) $\frac{x-1}{x-1} > 0$; 4) $\frac{x-1}{x-1} > \frac{1}{2}$; 6) $\left(\frac{x-2}{x-3}\right)^2 \geq 0$; 8) $x + \frac{1}{x} > \frac{1}{x} - 1$.

Розв'язування лінійних нерівностей з однією змінною.

Числові проміжки

21. Зобразіть на координатній прямій проміжок:

1) $[-4; +\infty)$; 2) $(-4; +\infty)$; 3) $(-\infty; -4)$; 4) $(-\infty; -4]$.

22. Зобразіть на координатній прямій та запишіть проміжок, який задано нерівністю:

1) $x < 3$; 2) $x > -5$; 3) $x \leq -2$; 4) $x \geq 1$.

23. Укажіть найменше ціле число, яке належить проміжку:

1) $(11,2; +\infty)$; 2) $[13; +\infty)$.

24. Розв'яжіть нерівність:

1) $7x > 14$; 5) $4,7x > 0$; 9) $7x + 3 \leq 30 - 2x$;

2) $-3x \geq 12$; 6) $-2x \leq 0$; 10) $7 - 2x < 3x - 18$;

3) $\frac{1}{3}x > -2$; 7) $1\frac{3}{4}x < -2\frac{1}{3}$; 11) $5,4 - 1,5x \geq 0,3x - 3,6$;

4) $0,1x \leq -5$; 8) $2x > 18 - x$; 12) $\frac{3}{8}x + 15 < \frac{1}{6}x + 10$.

25. Розв'яжіть нерівність:

1) $5 - 2(x - 1) > 4 - x$;

2) $0,2(7 - 2y) \leq 2,3 - 0,3(y - 6)$;

3) $\frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}\right) \geq 4x + 2\frac{1}{2}$;

4) $x(4x + 1) - 7(x^2 - 2x) < 3x(8 - x) + 6$;

5) $\frac{x-4}{3} - \frac{x}{2} > 5$;

6) $\frac{x+14}{6} - \frac{x-12}{8} \leq 3$;

7) $\frac{7x-4}{9} - \frac{3x+3}{4} > \frac{8-x}{6}$;

8) $(x+6)(x-1) - (x+3)(x-4) \leq 5x$;

9) $(4x-1)^2 - (2x-3)(6x+5) > 4(x-2)^2 + 16x$;

10) $2x(3+8x) - (4x-3)(4x+3) \geq 1,5x$.

26. Знайдіть найбільший цілий розв'язок нерівності:

1) $2x + 9 > 4x - 7$;

2) $14x^2 - (2x - 3)(7x + 4) \leq 14$;

3) $(3x + 2)^2 - (9x - 1)(x + 1) \geq 17$;

4) $(x - 1)(x + 1) < 2(x - 5)^2 - x(x - 3)$.

27. Розв'яжіть нерівність:

1) $3x + 6 > 2(2x - 7) - x$;

2) $6,2(3 - 2x) \geq 20 - (12,4x + 1,4)$;

3) $6x + (x - 2)(x + 2) \geq (x + 3)^2$;

4) $2x(x - 4) - (2x + 5)(x - 10) < 2(3,5x + 50)$.

28. При яких значеннях x має зміст вираз:

1) $\sqrt{4x - 3}$;

3) $\frac{7}{\sqrt{4x + 16}}$;

5) $\sqrt{8 - 16x} + \frac{5}{x^2 - 4}$;

2) $\sqrt{5 - 11x}$;

4) $\sqrt{x + 5} + \frac{1}{x - 3}$;

6) $\frac{10}{\sqrt{3x + 36}} + \frac{9}{|x| - 1}$?

29. При яких значеннях a можна розкласти на лінійні множники квадратний тричлен:

1) $2x^2 + 7x - a$;

2) $ax^2 + 4x + 8$?

30. У саду ростуть яблуні та вишні. Кількість яблунь відноситься до кількості вишень як $3 : 8$. Якою може бути найбільша кількість вишень у саду, якщо разом росте не більше 400 дерев?

31. Сторони трикутника дорівнюють 10 см, 18 см і b см, де b — натуральне число. Якого найменшого значення може набувати b ?

32. Сума трьох послідовних натуральних чисел, кратних 3, не перевищує 130. Знайдіть найбільше значення, якого може набувати перше число із цієї трійки чисел.

33. Розв'яжіть рівняння:

1) $|x - 2| + x = 1$;

3) $|x - 4| + x = 9$;

2) $|2x + 4| - x = 3$;

4) $|x + 3| - x = 2$.

34. Побудуйте графік функції:

1) $y = |x + 3|$; 2) $y = |x - 1| + 2$; 3) $y = |x + 2| - x$.

35. При яких значеннях b має додатний корінь рівняння:

1) $5x - 7 = 4b$; 2) $(b - 4)x = 9$?

36. При яких значеннях b має єдиний додатний корінь рівняння:

1) $(b - 2)x = b^2 - 4$; 2) $(4b^2 + 11b)x = b$?

37. При яких значеннях a не має коренів рівняння:

1) $x^2 + 4x - a = 0$;

2) $(a - 1)x^2 + (2a - 3)x + a = 0$;

3) $(a - 2)x^2 - 2(a - 3)x + a + 1 = 0$;

4) $2x^2 + (2a + 12)x + a^2 + 2a + 26 = 0$?

38. Для кожного значення a розв'яжіть нерівність:

1) $(a - 3)x < 0$; 4) $(a - 3)^2 x \geq 0$; 7) $(a + 1)x > a^2 - 1$;

2) $(a - 3)x > 4$; 5) $a - x \leq 2 - ax$; 8) $(a - 5)x \leq a^2 - 25$.

3) $(a - 3)x \leq a - 3$; 6) $4(x - a) > 8 + ax$;

Системи лінійних нерівностей з однією змінною

39. Серед чисел -2 ; $1,5$; 4 укажіть розв'язки системи нерівностей:

1) $\begin{cases} x > -3, \\ x < 6; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x - 1 > x + 3, \\ 8x + 3 > 7 + x. \end{cases}$

40. Зобразіть на координатній прямій проміжок:

1) $(-4; 2)$; 2) $[-4; 2]$; 3) $[-4; 2)$; 4) $(-4; 2]$.

41. Зобразіть на координатній прямій і запишіть проміжок, який задано нерівністю:

1) $0 < x < 9$; 3) $-3,8 < x \leq 6,4$;

2) $\frac{1}{3} \leq x \leq 4\frac{1}{8}$; 4) $0,1 \leq x < 604$.

42. Запишіть усі цілі числа, які належать проміжку:

1) $[4; 8]$; 2) $(3,7; 9]$; 3) $[-4,8; 2]$; 4) $(-3; 3)$.

43. Укажіть найбільше і найменше цілі числа, які належать проміжку:

- 1) $[-10; -5]$; 2) $(6; 12]$.

44. Зобразіть на координатній прямій і запишіть переріз проміжків:

- 1) $[-2; 6]$ і $[3; 8]$; 4) $(-\infty; 3,7)$ і $(3,9; +\infty)$;

- 2) $[4; 7]$ і $(4; 9]$; 5) $[10; +\infty)$ і $[13,4; +\infty)$;

- 3) $(-\infty; 5,2)$ і $(4,3; +\infty)$; 6) $[6; 10]$ і $[7,3; 8)$.

45. Розв'яжіть систему нерівностей:

1)
$$\begin{cases} 5x > -25, \\ -7x > 14; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} 0,3(x-6) \leq 0,5x+1, \\ 4x+7 > 2(x+6,5); \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 6x-7 \geq 4x-3, \\ 3x+16 \geq 8x-4; \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} 3x(x-7)-x(4+3x) < 5, \\ 12x^2-(2x-3)(6x+4) < 17; \end{cases}$$

5)
$$\begin{cases} \frac{5x-4}{6}-1 > \frac{2x+1}{3}, \\ \frac{3x+1}{4}-2x > 2,5-\frac{3x-2}{8}; \end{cases}$$

6)
$$\begin{cases} (5x-1)^2+4x \leq (5x-1)(5x+1)-4x, \\ \frac{2x-7}{6}+\frac{7x+3}{3} \leq 3-\frac{2-x}{2}. \end{cases}$$

46. Скільки цілих розв'язків має система нерівностей:

1)
$$\begin{cases} 6x-9 < 3x+15, \\ 7-2x > 13-5x; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} 5x-1 > 2x+4, \\ 10x-5 \leq 3x+13; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 8x+20 \geq 3x+5, \\ 2x+1 \geq 4x-5; \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} \frac{5x+3}{2}-1 \geq 3x, \\ (x+1)(x-4)-2 \leq (x+2)(x-3)-x? \end{cases}$$

47. Знайдіть множину розв'язків системи нерівностей:

1)
$$\begin{cases} 2(3x-4) > 6(x+1)-20, \\ 0,4(5-x) \leq 3(x+1,4)+1,2; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 1-\frac{3x-88}{7} > 5x, \\ x(x-4)-(x+1)(x-5) < 2. \end{cases}$$

48. Розв'яжіть нерівність:

1) $-2 < x-5 < 7$;

4) $7 < \frac{x}{4}-1 < 7,1$;

2) $-4,2 \leq 3x+2,4 \leq 6$;

5) $1 \leq \frac{6x+5}{2} \leq 4$;

3) $0,6 \leq 5-2x < 0,8$;

6) $2,4 < \frac{8-4x}{3} < 2,8$.

49. Скільки цілих розв'язків має нерівність:

1) $-3 \leq 6x - 4 \leq 2;$

2) $-1 \leq 3 - 10x \leq 5?$

50. При яких значеннях x значення функції $y = x(1 - \sqrt{3})$ належать проміжку $[4 - 4\sqrt{3}; 2 - 2\sqrt{3}]$?

51. Розв'яжіть систему нерівностей:

1)
$$\begin{cases} x < 5, \\ x > 3, \\ x < 4,7; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 2x - 7 > 6, \\ 3 - 4x < 9, \\ 7x - 8 > 2; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} 0,6 - 4x \geq 2,2, \\ 2,5x - 2 < 8, \\ 3,1x + 9 < 1,6x + 3. \end{cases}$$

52. При яких значеннях змінної має зміст вираз:

1) $\sqrt{7x - 8} + \sqrt{3x - 14};$

3) $\sqrt{2x - 5} + \sqrt{2 - x}?$

2) $\sqrt{2x + 3} - \frac{1}{\sqrt{9 - 2x}};$

53. Розв'яжіть нерівність:

1) $(x + 2)(x - 8) \leq 0;$

3) $\frac{x - 9}{x} > 0;$

5) $\frac{2x - 8}{x - 5} \leq 0;$

2) $(x - 3)(x - 7) > 0;$

4) $\frac{3x - 1}{x + 2} < 0;$

6) $\frac{6x + 2}{x - 8} \geq 0.$

54. Розв'яжіть нерівність:

1) $|x| < 3;$ 2) $|x - 1| \leq 4,2;$ 3) $|7x + 8| \leq 2;$ 4) $|10 - 3x| < 5.$

55. Розв'яжіть нерівність:

1) $|x| > 8;$ 2) $|x + 5| \geq 7,8;$ 3) $|0,5x + 6| \geq 1;$ 4) $|11 - 4x| > 6.$

56. Розв'яжіть рівняння:

1) $|x| + |x - 4| = 5;$

3) $|x| - |x - 5| = 6;$

2) $|x + 1| + |x - 3| = 4;$

4) $|2x - 3| - |x + 2| = 4x + 5.$

57. Розв'яжіть нерівність:

1) $|x + 2| + 3x \geq 5;$

4) $|x + 3| + |x - 4| > 6;$

2) $|x - 6| - 7x < 18;$

5) $|x + 2,5| - |x - 1,5| \leq 3;$

3) $|x + 1| + |x - 1| \leq 2;$

6) $|3x + 8| - |2x - 7| > 4.$

58. Для кожного значення a розв'яжіть систему нерівностей:

1)
$$\begin{cases} x < 3, \\ x < a; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} x < 2, \\ x > a. \end{cases}$$

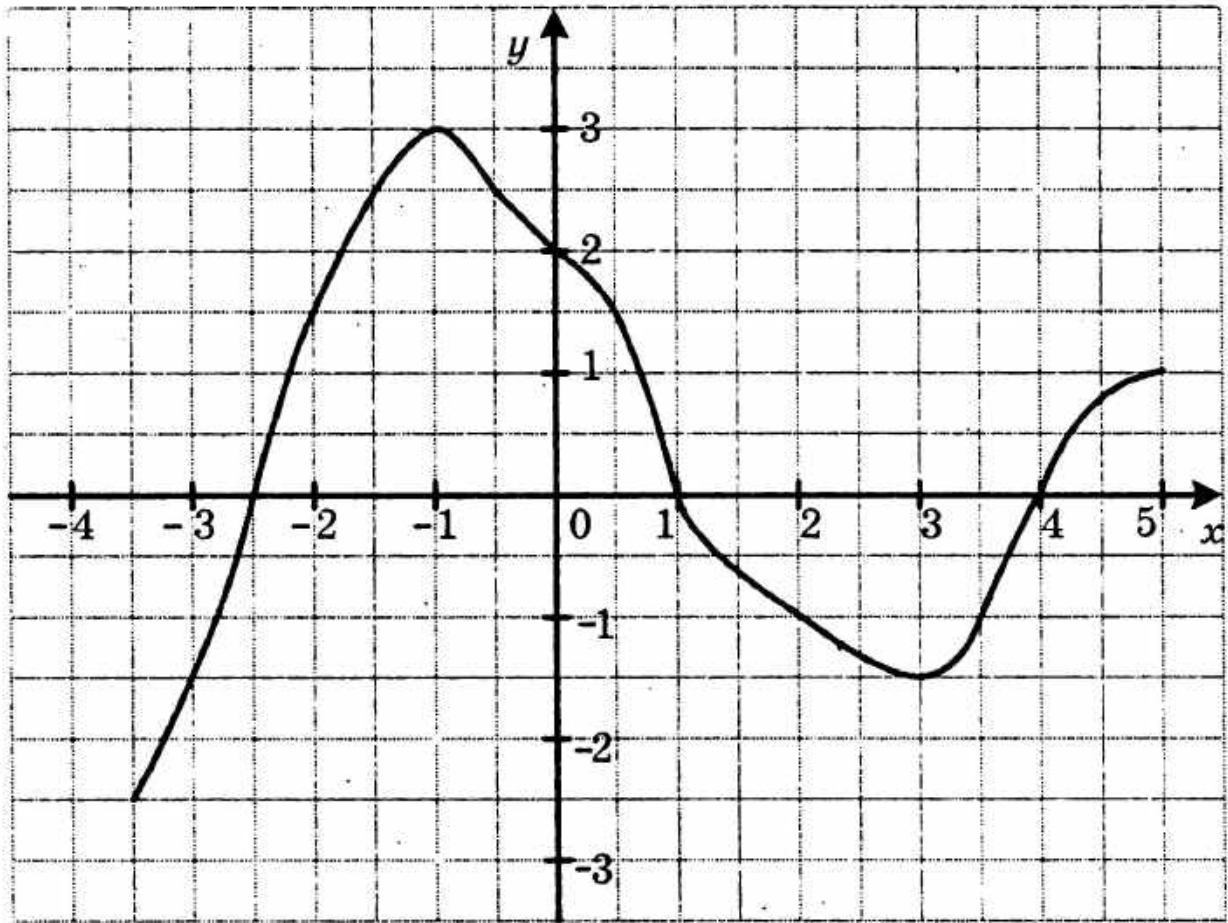


Рис. 1

67. Знайдіть область визначення функції:

1) $f(x) = 4x - 13;$

10) $f(x) = \frac{x}{|x| - 3};$

2) $f(x) = \frac{7}{x+6};$

11) $f(x) = \frac{9}{|x| + 5};$

3) $f(x) = \frac{x+10}{8};$

12) $f(x) = \frac{13}{|x| + x^2};$

4) $f(x) = \frac{x+4}{x-5};$

13) $f(x) = \sqrt{x+5} + \sqrt{3-x};$

5) $f(x) = \sqrt{x-5};$

14) $f(x) = \sqrt{2-x} - \frac{x-3}{x+5};$

6) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x}};$

15) $f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{2-x};$

7) $f(x) = \frac{9}{x^2 - 5};$

16) $f(x) = \sqrt{x-9} + \frac{6}{\sqrt{8-x}};$

8) $f(x) = \frac{14}{x^2 + 4};$

17) $f(x) = \sqrt{x+2} + \frac{x-7}{x^2 - 4};$

9) $f(x) = \frac{7x+13}{x^2 - 7x};$

18) $f(x) = \frac{\sqrt{x-6}}{\sqrt{x+3}} + \frac{5x-4}{x^2 - 8x + 7}.$

68. Знайдіть область значень функції:

1) $f(x) = \sqrt{x} + 1$;

5) $\varphi(x) = 5 + |x|$;

2) $f(x) = \sqrt{x} - 2$;

6) $h(x) = \sqrt{x^2 + 4} - 5$;

3) $g(x) = 3 - x^2$;

7) $f(x) = \sqrt{-(x+1)^2}$;

4) $f(x) = x^2 + 2$;

8) $f(x) = \sqrt{x-3} - \sqrt{3-x}$.

69. Побудуйте графік функції:

1) $f(x) = 6 - \frac{1}{4}x$; 2) $f(x) = -2x$; 3) $f(x) = 4$; 4) $f(x) = -\frac{8}{x}$.

70. Знайдіть, не виконуючи побудови, точки перетину з осями координат графіка функції:

1) $f(x) = \frac{1}{3}x - 8$;

3) $h(x) = x^2 - 8x - 9$;

2) $g(x) = \frac{5-3x}{4x+1}$;

4) $g(x) = \frac{x^2-3}{x^2+5}$.

71. Побудуйте графік функції:

1) $f(x) = \begin{cases} \frac{6}{x}, & \text{якщо } x \leq -3, \\ \frac{2}{3}x, & \text{якщо } -3 < x < 3, \\ \frac{6}{x}, & \text{якщо } x \geq 3; \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} -2x - 3, & \text{якщо } x \leq -4, \\ x + 1, & \text{якщо } -4 < x \leq 2, \\ 4, & \text{якщо } x > 2. \end{cases}$

72. Знайдіть область визначення та побудуйте графік функції:

1) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$;

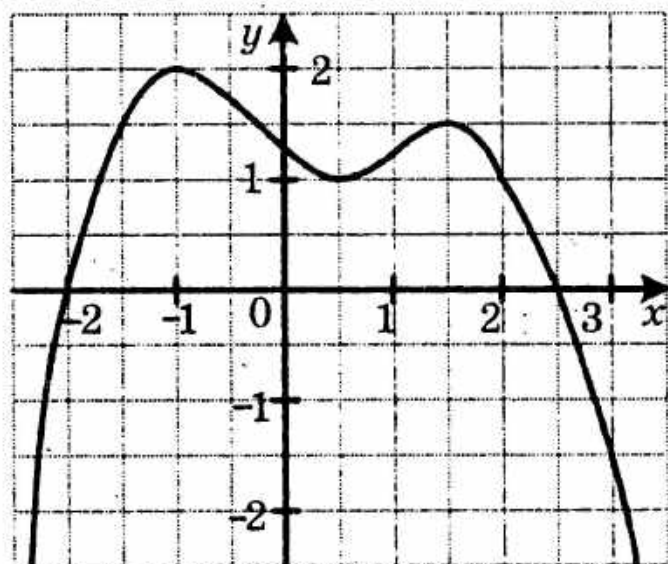
3) $f(x) = \frac{4x - 20}{x^2 - 5x}$;

2) $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 9}{3 - x}$;

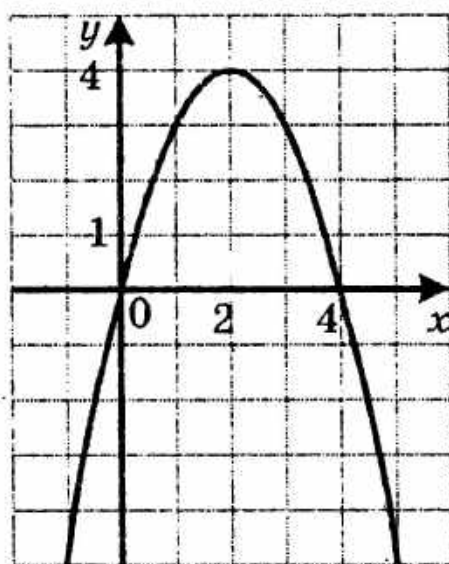
4) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1}$.

Властивості функції

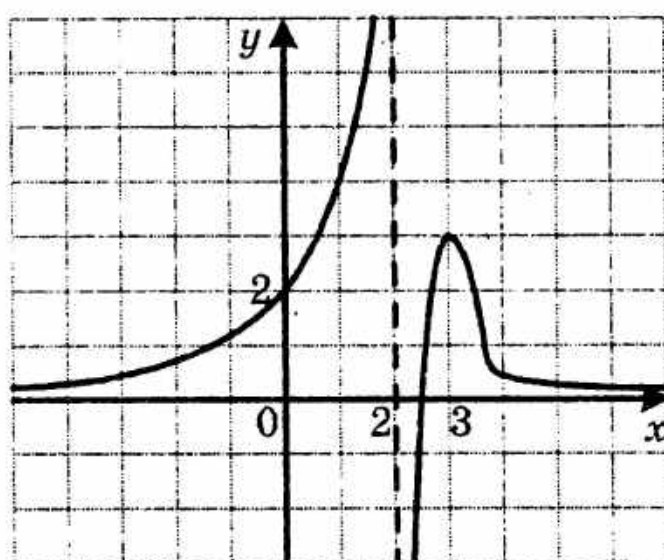
73. На рисунку 2 зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на множині дійсних чисел. Користуючись графіком, знайдіть:



а



б



в

Рис. 2

1) нулі функції;

2) при яких значеннях аргументу значення функції є додатними;

3) проміжки зростання і проміжки спадання функції.

74. Які з лінійних функцій $y = -15x + 17$; $y = 0,64x - 12$;

$y = -0,39x$; $y = 114x + 23$; $y = -x + 4$ є:

1) зростаючими;

2) спадними?

75. Знайдіть нулі функції:

1) $f(x) = 0,3x + 7$;

5) $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$;

2) $f(x) = 0,5x^2 - 3x - 2$;

6) $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$;

3) $f(x) = \sqrt{x + 2}$;

7) $f(x) = x\sqrt{x - 2}$.

4) $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 4}$;

76. Доведіть, що функція:

1) $f(x) = \frac{4}{x-1}$ спадає на проміжку $(1; +\infty)$;

2) $f(x) = x^2 - 2x$ зростає на проміжку $[1; +\infty)$.

**Як побудувати графік функції $y = kf(x)$,
якщо відомо графік функції $y = f(x)$**

77. При яких значеннях a точка $A(a; 27)$ належить графіку функції $y = 3x^2$?

78. Відомо, що точка $D(2; -7)$ належить графіку функції $y = ax^2$. Знайдіть значення a .

79. На рисунку 3 зображено графік функції $y = f(x)$. Побудуйте графік функції:

1) $y = 2f(x)$;

2) $y = -f(x)$;

3) $y = -\frac{1}{3}f(x)$.

80. Побудуйте графік функції:

1) $y = 2x^2$;

2) $y = \frac{1}{4}x^2$;

3) $y = -3x^2$.

**Як побудувати графіки функцій $y = f(x) + b$ і $y = f(x + a)$,
якщо відомо графік функції $y = f(x)$**

81. Якими є координати вершини параболи:

1) $y = x^2 + 7$;

2) $y = (x + 8)^2$;

3) $y = (x - 6)^2 + 9$?

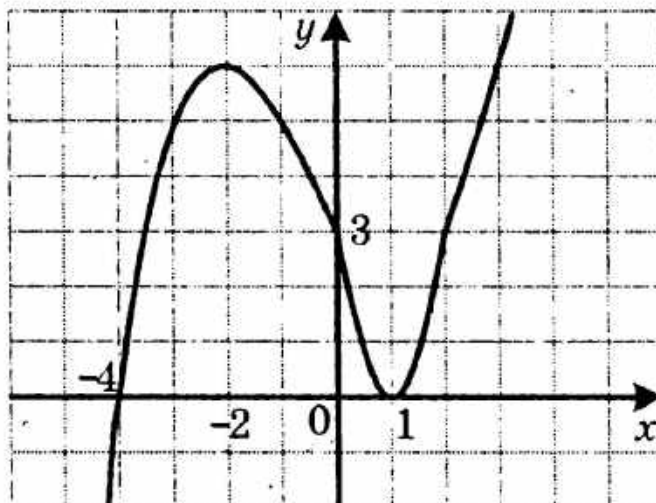


Рис. 3

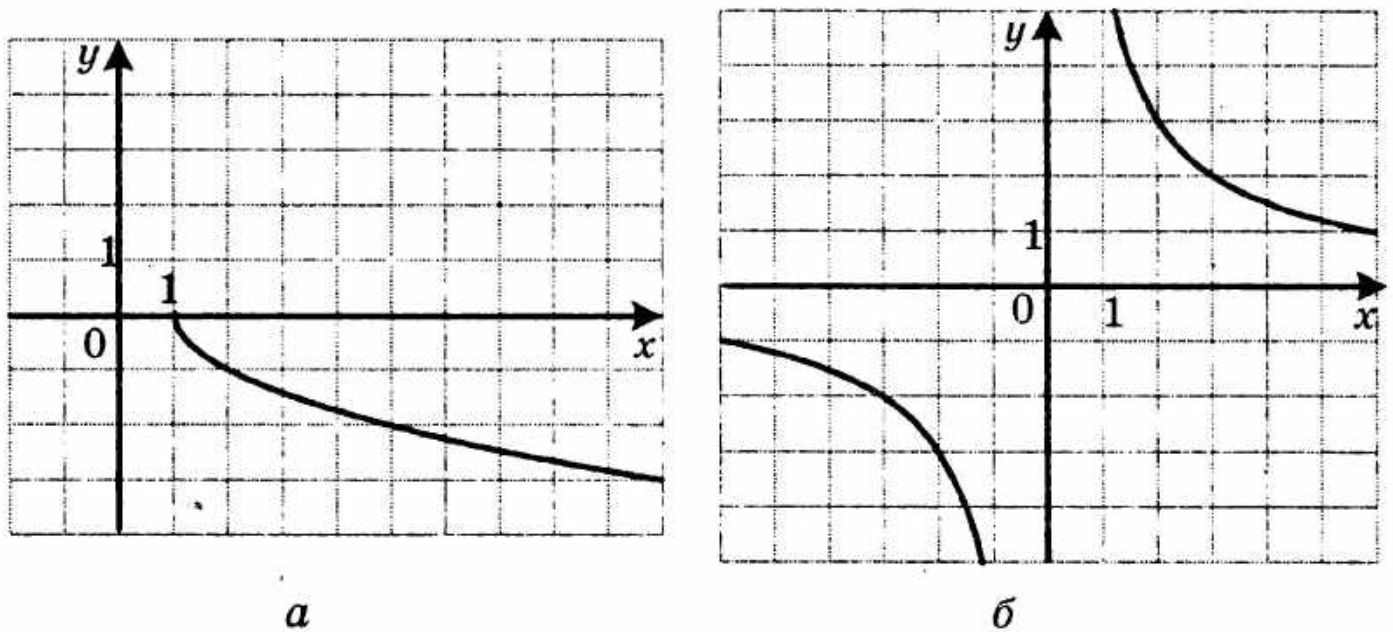


Рис. 4

82. На рисунку 4 зображено графік функції $y = f(x)$. Побудуйте графік функції:
- 1) $y = f(x) - 3$;
 - 2) $y = f(x + 2)$;
 - 3) $y = 4 - f(x)$.
83. Побудуйте графік функції $y = x^2$. Використовуючи цей графік, побудуйте графік функції:
- 1) $y = x^2 - 4$;
 - 2) $y = (x - 2)^2$;
 - 3) $y = (x + 1)^2 + 2$.
84. Побудуйте графік функції $y = -x^2$. Використовуючи цей графік, побудуйте графік функції:
- 1) $y = -x^2 - 5$;
 - 2) $y = 2 - x^2$;
 - 3) $y = -(x - 1)^2 + 1$.
85. Побудуйте графік функції $y = (x + 3)^2 - 1$. Користуючись цим графіком, знайдіть:
- 1) нулі функції;
 - 2) при яких значеннях аргументу функція набуває додатних значень;
 - 3) проміжок зростання і проміжок спадання функції;
 - 4) область значень функції.
86. Побудуйте графік функції $y = \sqrt{x}$. Використовуючи цей графік, побудуйте графік функції:
- 1) $y = \sqrt{x} - 4$;
 - 2) $y = \sqrt{x - 4}$;
 - 3) $y = 3 + \sqrt{x + 1}$.

87. Побудуйте графік функції $y = -\sqrt{x}$. Використовуючи цей графік, побудуйте графік функції:

1) $y = 2 - \sqrt{x}$;

2) $y = -1 - \sqrt{x-1}$.

88. Побудуйте графік функції $y = \frac{4}{x}$. Використовуючи цей графік, побудуйте графік функції:

1) $y = \frac{4}{x} - 5$;

3) $y = \frac{4}{x-1} + 2$;

5) $y = \frac{2x-2}{x-3}$.

2) $y = \frac{4}{x+1}$;

4) $y = \frac{2x+4}{x}$;

Квадратична функція, її графік і властивості

89. Визначте напрям віток і координати вершини параболи:

1) $y = x^2 - 10x + 20$;

3) $y = 0,6x^2 + 7,2x + 22,6$;

2) $y = -x^2 + 3x - 4$;

4) $y = -5x^2 - 20x + 6$.

90. Побудуйте графік функції:

1) $y = x^2 + 6x + 5$;

5) $y = 4x + x^2$;

2) $y = -x^2 + 2x + 8$;

6) $y = 4 - x^2$;

3) $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 8$;

7) $y = -0,2x^2 + 2x - 5$;

4) $y = 3x^2 - 6x + 3$;

8) $y = x^2 - 2x + 3$.

91. Побудуйте графік функції $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Користуючись графіком, знайдіть:

1) найбільше і найменше значення функції;

2) область значень функції;

3) проміжок зростання і проміжок спадання функції;

4) множину розв'язків нерівності $f(x) < 0$; $f(x) \geq 0$.

92. Побудуйте графік функції $f(x) = 6x - 2x^2$. Користуючись графіком, знайдіть:

1) найбільше і найменше значення функції;

2) область значень функції;

3) проміжок зростання і проміжок спадання функції;

4) множину розв'язків нерівності $f(x) > 0$; $f(x) \leq 0$.

93. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій $y = \frac{8}{x}$ і $y = -x^2 + 6x - 5$. Користуючись отриманим рисунком, визначте кількість коренів рівняння $-x^2 + 6x - 5 = \frac{8}{x}$.

94. Знайдіть координати точки параболи $y = -x^2 + 5x + 5$, у якої:

- 1) абсциса й ордината рівні;
- 2) сума абсциси й ординати дорівнює 13.

95. Знайдіть область значень і проміжки зростання та спадання функції:

- 1) $f(x) = x^2 + 4x - 16$;
- 2) $f(x) = -\frac{1}{7}x^2 + 2x + 3$;
- 3) $f(x) = 20 - 12x - 0,4x^2$;
- 4) $f(x) = 3x^2 + 7x$.

96. Побудуйте графік функції:

$$1) f(x) = \begin{cases} -2x - 3, & \text{якщо } x \leq -4, \\ x^2 + 2x - 3, & \text{якщо } -4 < x < 2, \\ 5, & \text{якщо } x \geq 2; \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} x + 3, & \text{якщо } x \leq -2, \\ 2x - x^2, & \text{якщо } -2 < x \leq 3, \\ -2, & \text{якщо } x > 3. \end{cases}$$

97. Побудуйте графік функції $y = x^2 + 4x - 5$, визначеної на проміжку $[-4; 3]$. Користуючись побудованим графіком, знайдіть область значень даної функції.

98. Знайдіть найменше значення функції $y = 3x^2 - 12x + 1$ на проміжку:

- 1) $[-4; 6]$;
- 2) $[-7; 1]$;
- 3) $[4; 10]$.

99. При яких значеннях p і q графік функції $y = x^2 + px + q$ проходить через точки $A(1; -4)$ і $B(-2; 5)$?

100. При яких значеннях a і b парабола $y = ax^2 + bx - 3$ проходить через точки $A(-2; 7)$ і $B(3; -6)$?

101. Графік квадратичної функції — парабола з вершиною в початку координат, яка проходить через точку $(-8; 16)$.
Задайте цю функцію формулою.
102. Графік квадратичної функції — парабола з вершиною в точці $A(0; -5)$, яка проходить через точку $B(4; 27)$.
Задайте цю функцію формулою.
103. Нехай D — дискримінант квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$. Зобразіть схематично графік квадратичної функції $y = ax^2 + bx + c$, якщо:
- 1) $a > 0, D > 0, c > 0, -\frac{b}{2a} < 0$;
 - 2) $a < 0, D = 0, -\frac{b}{2a} > 0$;
 - 3) $a > 0, D < 0, -\frac{b}{2a} > 0$.
104. При якому значенні a графік квадратичної функції $y = ax^2 - (a - 3)x + 1$ має з віссю абсцис одну спільну точку?
105. При яких значеннях a функція $y = 4x^2 + 5x - a$ набуває додатних значень при всіх дійсних значеннях x ?
106. При яких значеннях a функція $y = (a - 1)x^2 + 6x + 20$ набуває додатних значень при всіх дійсних значеннях x ?
107. При яких значеннях a функція $y = (a + 2)x^2 + 4x - 5$ набуває недодатних значень при всіх дійсних значеннях x ?
108. При якому значенні c найбільше значення функції $y = -2x^2 + 8x + c$ дорівнює -4 ?
109. При яких значеннях p і q вершина параболи $y = x^2 + px + q$ знаходиться в точці $(4; 7)$?
110. Парабола $y = ax^2 + bx + c$ має вершину в точці $M(2; 1)$ і проходить через точку $K(-1; 5)$. Знайдіть значення коефіцієнтів a, b і c .

111. Побудуйте графік функції:

$$1) y = \frac{x}{|x|} \left(\frac{1}{5}x^2 - 2x + 2 \right); \quad 3) y = x^2 - 5x \frac{|x-2|}{x-2} - 14;$$

$$2) y = x^2 + 4|x| + 3; \quad 4) y = x^2 - 4|x+1| + 5x + 4.$$

112. Нехай x_1 і x_2 — нулі функції $y = 4x^2 - (3a+2)x + a - 1$.

При яких значеннях a виконується нерівність $x_1 < 3 < x_2$?

Розв'язування квадратних нерівностей

113. Розв'яжіть нерівність:

$$1) x^2 - 5x - 36 < 0; \quad 7) 4x^2 - 12x + 9 > 0;$$

$$2) x^2 + 7x - 30 \geq 0; \quad 8) x^2 - 14x + 49 \geq 0;$$

$$3) -x^2 + 4,6x - 2,4 < 0; \quad 9) 5x^2 - 2x + 1 > 0;$$

$$4) -3x^2 + 4x + 4 > 0; \quad 10) 64x^2 - 16x + 1 \leq 0;$$

$$5) 4x^2 - 16x \leq 0; \quad 11) 9x^2 + 30x + 25 < 0;$$

$$6) 9x^2 - 25 > 0; \quad 12) 2x^2 - 5x + 4 \leq 0.$$

114. Розв'яжіть нерівність:

$$1) x^2 \leq 9; \quad 3) 7x^2 \leq 3x; \quad 5) -3x^2 < -75;$$

$$2) x^2 > 7; \quad 4) -5x^2 \geq -10x; \quad 6) 0,6x^2 < -18x.$$

115. Знайдіть множину розв'язків нерівності:

$$1) (3x+1)(x-2) < 6; \quad 3) \frac{x+3}{5} - \frac{x^2-4}{8} \leq 1;$$

$$2) (x+3)^2 - 16 \geq (1-2x)^2; \quad 4) \frac{3x^2-11}{8} < 10 - \frac{37-x^2}{6}.$$

116. Знайдіть цілі розв'язки нерівності:

$$1) x^2 + 6x \leq 0; \quad 4) 21x^2 - 22x + 5 \leq 0;$$

$$2) x^2 - 8 < 0; \quad 5) -\frac{1}{4}x^2 - 3x + 7 > 0;$$

$$3) -6x^2 + 13x - 5 \geq 0; \quad 6) x^2 + 3,5x - 2 \leq 0.$$

117. Знайдіть область визначення функції:

$$1) y = \sqrt{x^2 + 3x - 40};$$

$$3) y = \sqrt{x^2 - 4x - 21} - \frac{6}{x^2 - 64};$$

$$2) y = \frac{x+2}{\sqrt{3x-12x^2}};$$

$$4) y = \frac{x-8}{\sqrt{5+19x-4x^2}} + \frac{x-4}{3x^2-x-4}.$$

118. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$1) \begin{cases} x^2 + x - 6 \leq 0, \\ x > 0; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^2 + x - 12 \leq 0, \\ 8 + 2x \leq 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x^2 - 8x - 3 > 0, \\ x \leq 10; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x^2 + 6x - 40 < 0, \\ x^2 + 3x - 18 \geq 0; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x^2 + 13x - 7 \leq 0, \\ 15 - 3x \leq 0; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} -3x^2 + 16x + 12 < 0, \\ x^2 - 11x < 0. \end{cases}$$

119. Знайдіть цілі розв'язки системи нерівностей:

$$1) \begin{cases} x^2 + 5x - 6 < 0, \\ x \geq -3; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 - 14x + 45 \geq 0, \\ 3,2 \leq x \leq 11,7; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x^2 - 5x \leq 0, \\ -0,6x + 1,2 > 0; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^2 - (\sqrt{7} - 2)x - 2\sqrt{7} \leq 0, \\ -x^2 + 4,8x + 1 \geq 0. \end{cases}$$

120. Знайдіть значення a , при яких не має коренів рівняння:

$$1) x^2 + (a+2)x + 4 = 0;$$

$$2) (a+1)x^2 - 3ax + 4a = 0;$$

$$3) (10-2a)x^2 - (a-5)x + 1 = 0;$$

$$4) (a+1)x^2 - 2(a-1)x + 3a - 3 = 0.$$

121. При яких значеннях b має два різних дійсних корені рівняння:

$$1) x^2 - 4bx + 3b + 1 = 0;$$

$$2) bx^2 - (3b+1)x + b = 0;$$

$$3) (b-1)x^2 - 2(b+1)x - 3b + 2 = 0;$$

$$4) (3b-2)x^2 - (5b+2)x + 5b - 1 = 0.?$$

122. Знайдіть значення a , при яких виконується при всіх дійсних значеннях x нерівність:

$$1) x^2 + 2(a-1)x + 4 - a - a^2 > 0;$$

$$2) -\frac{1}{3}x^2 + 3ax - 6a^2 - 12 \leq 0;$$

$$3) ax^2 - 4x + a + 3 < 0;$$

$$4) (9 - a^2)x^2 + 2(a + 3)x + 1 \geq 0.$$

123. При яких значеннях m не має розв'язків нерівність:

$$1) mx^2 + 5mx + 4m + 3 < 0;$$

$$2) (3m - 2)x^2 - 2(2m - 1)x + 2m - 1 \geq 0 ?$$

124. Для кожного значення a розв'яжіть систему нерівностей:

$$1) \begin{cases} x^2 - x - 12 > 0, \\ x > a; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + 7x + 6 \leq 0, \\ x < a. \end{cases}$$

125. Для кожного значення a розв'яжіть нерівність:

$$1) x^2 - (a + 3)x + 3a \leq 0;$$

$$2) x^2 + (1 - 3a)x + 2a^2 - 3a - 2 > 0.$$

126. Розв'яжіть нерівність:

$$1) |x^2 - x - 3| < 9;$$

$$4) x^2 - 4|x| < 12;$$

$$2) |x^2 + 5x| > 6;$$

$$5) x^2 - 5x + 9 > |x - 6|;$$

$$3) |x - 4|(x + 2) \geq 4x;$$

$$6) x^2 + 2|x - 1| + 7 \leq 4|x - 2|.$$

Системи рівнянь із двома змінними

127. Розв'яжіть графічно систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} xy = 8, \\ x + y = 6; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = 2x - 5; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y = x^2 - 2x + 3, \\ y = 3x - 1; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} (x + 2)^2 + y^2 = 10, \\ x + y + 4 = 0; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 - y = 8, \\ x + y = -2; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ xy = -6. \end{cases}$$

128. Визначте графічно кількість розв'язків системи рівнянь:

$$1) \begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = x - 4; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} xy = 5, \\ y = 0,5x^2 + 1; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y = x^2 - 5, \\ y = 6 - x^2; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x^2 + (y + 3)^2 = 9, \\ y = -4x^2 + 2; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = x^2 - 2; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} |y| = |x|, \\ y = x^2 - 6x + 5. \end{cases}$$

129. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} x = 2 + y, \\ y^2 - 2xy = 3; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^2 - xy + y = 16, \\ 3y - x = 14; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + y = 7, \\ xy = 12; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2x + 3y = 3, \\ 3y^2 - 4x = 18; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y + 4x = 6, \\ x^2 + 3xy - y^2 = 3; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 5x + y = -7, \\ (x + 4)(y - 5) = -4. \end{cases}$$

130. Не виконуючи побудови, знайдіть координати точок перетину:

1) прямої $y = x - 3$ і параболи $y = x^2 - 4x + 3$;

2) прямої $x - 2y + 2 = 0$ і кола $x^2 + (y - 1)^2 = 5$;

3) прямої $x + 2y - 5 = 0$ і кола $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5$;

4) парабол $y = 2x^2 - 3x + 1$ і $y = -x^2 + x - 1$.

131. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy = 36, \\ x + y = -4; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^2 - 6y^2 = -5, \\ x^2 + 6y^2 = 7; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + 6xy + 9y^2 = 4, \\ x^2 - xy - 4y^2 = -2; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2x + 3xy = -20, \\ y - 3xy = 28; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 + xy = 6, \\ xy + y^2 = 3; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 4x^2 + y^2 = 13, \\ xy = -3. \end{cases}$$

132. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} x^2 - 3y^2 = 13, \\ xy = -4; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2\frac{1}{2}, \\ 2x - 3y = 3; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + y - xy = -2, \\ xy(x + y) = 48; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{2}{x-2y} + \frac{1}{x+2y} = 7, \\ \frac{15}{x-2y} - \frac{2}{x+2y} = 24; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^3 + y^3 = 7, \\ x^2 - xy + y^2 = 7; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} - \frac{2(x-y)}{x+y} = 1, \\ x^2 - 5xy + 2y^2 = 4. \end{cases}$$

133. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} x^2 - 5xy + 6y^2 = 0, \\ 3x^2 + 2xy - y^2 = 15; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x^2 - 2xy - y^2 = 7, \\ x^2 + xy + 8y^2 = 14. \end{cases}$$

134. Скільки розв'язків залежно від значення a має система рівнянь:

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = x + a; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ |x| = 3? \end{cases}$$

**Система двох рівнянь із двома змінними
як математична модель прикладної задачі**

135. Токар планував за певний час виготовити 105 деталей. Проте він виконав це завдання на 2 дні раніше строку, оскільки виготовляв щодня на 14 деталей більше, ніж планував. Скільки деталей за день він виготовляв?

136. Два туристи вийшли одночасно з міст A і B назустріч один одному, і після зустрічі кожний продовжив рух у початковому напрямі. Один із них, швидкість якого на 3 км/год більша за швидкість другого, прибув у місто A через 2 год після зустрічі, а другий у місто B — через 4 год 30 хв після зустрічі. Знайдіть швидкість кожного туриста. Через який час після початку руху відбулась їхня зустріч?

137. Із двох міст, відстань між якими дорівнює 300 км, виїхали одночасно назустріч один одному легковий і вантажний автомобілі, які зустрілися через 2 год 30 хв. Знайдіть швидкість кожного автомобіля, якщо вантажівка витратила на проїзд з одного міста до другого на 3 год 45 хв більше, ніж легковий автомобіль.
138. Із міста в село, відстань між якими дорівнює 45 км, виїхали одночасно вантажівка та велосипедист. Вантажівка приїхала в село на 2 год раніше, ніж велосипедист. Знайдіть швидкість руху велосипедиста, якщо за 2 год вантажівка проїжджає на 60 км більше, ніж велосипедист за цей самий час.
139. Катер проходить 66 км за течією річки і 54 км проти течії за 6 год. Цей катер проходить 44 км за течією на 3 год швидше, ніж 90 км проти течії. Знайдіть власну швидкість катера та швидкість течії річки.
140. Із двох сіл, відстань між якими дорівнює 6 км, вийшли назустріч один одному два пішоходи й зустрілися на середині шляху, причому один із них вийшов на 15 хв пізніше від другого. Якби вони вийшли одночасно, то зустрілися б через 36 хв. Знайдіть швидкість кожного пішохода.
141. Двоє робітників разом можуть виконати замовлення за 12 днів. Вони пропрацювали разом 10 днів, а потім один із робітників сам закінчив виконання замовлення за 5 днів. За скільки днів кожний робітник може виконати це замовлення?
142. Якщо відкрити одночасно дві труби, то басейн буде наповнено водою за 8 год. Якщо спочатку через першу трубу наповнити половину басейна, а потім через другу трубу — решту басейну, то весь басейн буде наповнено за 18 год. За скільки годин можна наповнити басейн через кожну трубу?
143. Із села А до села В, відстань між якими дорівнює 20 км, вийшов пішохід. Через 2 год із села А в тому самому на-

прямі зі швидкістю 15 км/год виїхав велосипедист, який наздогнав пішохода, передав йому пакет і поїхав у село A з тією самою швидкістю. Пішохід прийшов у село B , а велосипедист повернувся в село A одночасно. Знайдіть швидкість пішохода.

144. Із двох сіл, відстань між якими дорівнює 9 км, вийшли одночасно назустріч один одному два пішоходи. Один з них прийшов у друге село через 1 год 21 хв після зустрічі, а другий у перше село — через 36 хв після зустрічі. З якою швидкістю рухався кожний пішохід і через який час після початку руху відбулася їхня зустріч?
145. Одночасно з одного міста в одному напрямі виїхали два мотоциклісти: перший зі швидкістю 80 км/год, а другий — 60 км/год. Через півгодини із цього міста в тому самому напрямі виїхав третій мотоцикліст. Знайдіть швидкість третього мотоцикліста, якщо відомо, що він наздогнав першого мотоцикліста через 1 год 15 хв після того, як наздогнав другого.
146. Дві точки рухаються по колу в одному напрямі. Перша точка здійснює повний оберт на 2 с швидше за другу та наздоганяє її кожні 12 с. За який час кожна точка здійснює повний оберт?
147. Дорога між селами A і B спочатку йде вгору, а потім спускається. Пішохід на шлях із села A в село B витрачає 4 год, а на зворотний шлях — 4 год 20 хв. На підйомі він іде на 1 км/год повільніше, ніж на спуску. З якою швидкістю пішохід іде вгору і з якою — спускається, якщо відстань між селами A і B дорівнює 10 км?
148. Із пунктів A і B одночасно назустріч один одному виїхали відповідно мотоцикліст і велосипедист. Мотоцикліст прибув у пункт B через 36 хв після зустрічі, а велосипедист у пункт A — через 3 год 45 хв після зустрічі. За який час кожний из них проїде відстань між пунктами A і B ?

149. Змішали 50-відсотковий і 20-відсотковий розчини кислоти й отримали 600 г 30-відсоткового розчину. Скільки грамів кожного розчину взяли для цього?

Числові послідовності

150. Запишіть п'ять перших членів послідовності:

1) двоцифрових чисел, кратних числу 7, узятих у порядку зростання;

2) правильних звичайних дробів зі знаменником 23, узятих у порядку спадання;

3) натуральних чисел, які дають при діленні на 4 остачу 3, узятих у порядку зростання.

151. Знайдіть чотири перших члени послідовності (a_n) , заданої формулою n -го члена:

$$1) a_n = n + 2; \quad 2) a_n = 3n - 4; \quad 3) a_n = \frac{n^2}{n+1}; \quad 4) a_n = \frac{2^n}{n^2}.$$

152. Знайдіть другий, шостий і сотий члени послідовності (b_n) , заданої формулою n -го члена:

$$1) b_n = \frac{5}{n}; \quad 3) b_n = n^2 - 10n;$$

$$2) b_n = 7 - 3n; \quad 4) b_n = (-1)^n + (-1)^{n+1}.$$

153. Послідовність (c_n) задано формулою n -го члена $c_n = 2n + 3$. Знайдіть: 1) c_1 ; 2) c_5 ; 3) c_{200} ; 4) c_{k+2} .

154. Послідовність (x_n) задано формулою n -го члена $x_n = (-1)^{n+1} \cdot 2$. Знайдіть: 1) x_1 ; 2) x_6 ; 3) x_{2k} ; 4) x_{2k+1} .

155. Знайдіть чотири перших члени послідовності (a_n) , якщо:

$$1) a_1 = -3, a_{n+1} = a_n + 2;$$

$$2) a_1 = 16, a_{n+1} = \frac{a_n}{2};$$

$$3) a_1 = -4, a_2 = 3, a_{n+2} = a_n + 2a_{n+1};$$

$$4) a_1 = 1, a_2 = 4, a_{n+2} = a_n^2 - a_{n+1}.$$

156. Послідовність (y_n) задано формулою n -го члена $y_n = 6n - 1$. Чи є членом цієї послідовності число: 1) 17; 2) 36? У разі ствердної відповіді вкажіть номер цього члена.

157. Знайдіть кількість додатних членів послідовності (z_n) , заданої формулою n -го члена $z_n = 22 - 4n$.

158. Підберіть одну з можливих формул n -го члена послідовності, першими членами якої є числа:

1) 4, 9, 16, 25, 36, ...;

3) 1, -1, 1, -1, 1, ...;

2) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$;

4) 2, 0, $\frac{2}{3}, 0, \frac{2}{5}, 0, \frac{2}{7}, \dots$.

Арифметична прогресія

159. Знайдіть чотири перших члени арифметичної прогресії (a_n) , перший член якої $a_1 = 1,5$, а різниця $d = -0,4$.

160. Перший член арифметичної прогресії $a_1 = 5$, а різниця $d = 0,6$. Знайдіть: 1) a_5 ; 2) a_{26} ; 3) a_{32} .

161. Знайдіть різницю і сто п'ятдесят перший член арифметичної прогресії 1,8; 2,2; 2,6; ...

162. Знайдіть різницю арифметичної прогресії (x_n) , якщо:

1) $x_1 = 14, x_8 = -7$;

2) $x_5 = -4, x_{14} = 50$.

163. Знайдіть перший член арифметичної прогресії (y_n) , різниця якої дорівнює d , якщо:

1) $y_{12} = -23, d = -2$;

2) $y_6 = 16, y_{18} = 52$.

164. Знайдіть формулу n -го члена арифметичної прогресії:

1) 18, 14, 10, 6, ...;

3) $a^4, 5a^4, 9a^4, 13a^4, \dots$;

2) $2\frac{1}{6}, 2\frac{1}{3}, 2\frac{1}{2}, 2\frac{2}{3}, \dots$;

4) $10 - a, 8 - a, 6 - a, 4 - a, \dots$.

165. Знайдіть номер члена арифметичної прогресії (z_n) , який дорівнює 3,8, якщо $z_1 = 10,4$, а різниця прогресії $d = -0,6$.

166. Чи є число 25 членом арифметичної прогресії (b_n) , якщо $b_1 = 8$, а різниця прогресії $d = 3,5$? У разі ствердної відповіді вкажіть номер цього члена.
167. Дано арифметичну прогресію $5,3; 4,9; 4,5; \dots$. Знайдіть номер першого від'ємного члена прогресії.
168. Знайдіть кількість від'ємних членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -24$, а різниця прогресії $d = 1,4$.
169. Між числами -6 і 6 вставте сім таких чисел, щоб вони разом із даними числами утворили арифметичну прогресію.
170. Знайдіть перший член і різницю арифметичної прогресії (a_n) , якщо:
- 1) $a_4 + a_8 = 35$ і $a_3 + a_{21} = 65$;
 - 2) $a_5 + a_9 = 42$ і $a_3 \cdot a_{10} = 165$.
171. Чи є арифметичною прогресією послідовність (a_n) , задана формулою n -го члена:
- 1) $a_n = -8n - 1$;
 - 2) $a_n = 5n^2 - 4n$;
 - 3) $a_n = -4,4n$;
 - 4) $a_n = 25 - 0,16n$;
 - 5) $a_n = \frac{n-3}{n+2}$;
 - 6) $a_n = \frac{4-3n}{6}$?
- У разі ствердної відповіді вкажіть перший член і різницю прогресії.
172. Дано дві нескінченні арифметичні прогресії. Якщо до кожного члена однієї прогресії додати відповідний член другої прогресії, то чи буде отримана послідовність арифметичною прогресією?
173. При якому значенні m значення виразів $3m$, $m^2 + 2$ і $m + 4$ будуть послідовними членами арифметичної прогресії? Знайдіть члени цієї прогресії.
174. При якому значенні n значення виразів n^2 , $2n + 3$, $3n + 4$ і $n^2 + n + 7$ будуть послідовними членами арифметичної прогресії? Знайдіть члени цієї прогресії.

Сума n перших членів арифметичної прогресії

175. Знайдіть суму двадцяти чотирьох перших членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -4,2$, а різниця прогресії $d = 0,6$.
176. Знайдіть суму сорока перших членів арифметичної прогресії $14, 9, 4, \dots$.
177. Арифметичну прогресію (a_n) задано формулою n -го члена $a_n = 0,4n + 5$. Знайдіть суму тридцяти шести перших членів прогресії.
178. Знайдіть суму десяти перших членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо:
- 1) $a_1 = 6, a_{13} = 42$; 2) $a_6 = 45, a_{14} = -43$.
179. Знайдіть суму сімнадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_{17} = 84$, а різниця прогресії $d = 6,5$.
180. Знайдіть суму двадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_7 + a_{13} = 21$ і $a_3 + a_{12} - a_{15} = 3$.
181. При будь-якому n суму n перших членів деякої арифметичної прогресії можна обчислити за формулою $S_n = 4n^2 - 5n$. Знайдіть перший член і різницю цієї прогресії.
182. Знайдіть суму всіх від'ємних членів арифметичної прогресії $-5,6; -5; -4,4; \dots$.
183. Знайдіть суму всіх натуральних чисел, які кратні 11 і не більші за 374.
184. Знайдіть суму всіх натуральних чисел, які кратні 9 і не більші за 192.
185. Знайдіть суму всіх натуральних чисел, які менші від 147 і при діленні на 4 дають в остачі 1.
186. Знайдіть різницю та тринадцятий член арифметичної прогресії, перший член якої дорівнює 9, а сума десяти перших членів становить -15 .

187. Знайдіть перший і дев'ятий члени арифметичної прогресії, якщо її різниця дорівнює -4 , а сума дванадцяти її перших членів дорівнює 336 .
188. Перший член арифметичної прогресії дорівнює 16 , а різниця дорівнює -4 . Скільки треба взяти перших членів прогресії, щоб їхня сума дорівнювала -324 ?
189. Знайдіть суму членів арифметичної прогресії з восьмого по двадцять другий включно, якщо перший член прогресії дорівнює 48 , а різниця прогресії дорівнює -4 .
190. Знайдіть суму членів арифметичної прогресії (y_n) з десятого по тридцять сьомий включно, якщо $y_1 = 8$ і $y_{19} = 16$.
191. Знайдіть перший член і різницю арифметичної прогресії, якщо сума семи перших її членів дорівнює $94,5$, а сума п'ятнадцяти перших членів дорівнює $112,5$.
192. Розв'яжіть рівняння:
- 1) $5 + 9 + 13 + \dots + (4n + 1) = 324$, де n — натуральне число;
 - 2) $4 + 10 + 16 + \dots + x = 310$, де x — натуральне число.

Геометрична прогресія

193. Знайдіть чотири перших члени геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_1 = -2$, а знаменник $q = -3$.
194. Перший член геометричної прогресії $b_1 = \frac{1}{625}$, а знаменник $q = -5$. Знайдіть: 1) b_3 ; 2) b_7 .
195. Знайдіть знаменник і п'ятий член геометричної прогресії $\frac{1}{256}, -\frac{1}{128}, \frac{1}{64}, \dots$
196. Знайдіть знаменник геометричної прогресії (b_n) , якщо:
- 1) $b_1 = 4000, b_4 = 256$; 2) $b_2 = 6, b_4 = 18$.
197. Знайдіть перший член геометричної прогресії (x_n) , знаменник якої дорівнює q , якщо:
- 1) $x_7 = \frac{3}{16}, q = \frac{1}{2}$; 2) $x_3 = 6, x_6 = 162$.

198. Число 192 є членом геометричної прогресії $\frac{3}{8}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \dots$.
Знайдіть номер цього члена.
199. Послідовність (b_n) задано формулою n -го члена $b_n = 4 \cdot 3^{n-1}$. Чи є ця послідовність геометричною прогресією? У разі ствердної відповіді вкажіть її перший член і знаменник.
200. Знайдіть перший член і знаменник геометричної прогресії (b_n) , якщо:
1) $b_{10} = 9b_8$ і $b_3 + b_6 = 168$; 2) $b_2 + b_5 = 56$ і $b_3 - b_4 + b_5 = 14$.
201. Які три числа треба вставити між числами 16 і 81, щоб вони разом із даними числами утворили геометричну прогресію?
202. При якому значенні x значення виразів $2x + 1$, $x + 2$ і $8 - x$ будуть послідовними членами геометричної прогресії? Знайдіть члени цієї прогресії.
203. Сума трьох чисел, які утворюють арифметичну прогресію, дорівнює 90. Якщо від цих чисел відняти відповідно 7, 18 і 2, то утвориться геометрична прогресія. Знайдіть дані числа.
204. Вкладник поклав у банк 40 000 грн під 8% річних. Скільки грошей буде на його рахунку через 2 роки?
205. Підприємець взяв у банку кредит у розмірі 300 000 грн під деякий відсоток річних. Через 2 роки він повернув банку 432 000 грн. Під який відсоток річних дає кредити цей банк?
- Сума n перших членів геометричної прогресії**
206. Знайдіть суму чотирьох перших членів геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_1 = \frac{1}{216}$, а знаменник $q = 6$.
207. Знайдіть суму п'яти перших членів геометричної прогресії 162, 108, 72,

208. Знайдіть суму чотирьох перших членів геометричної прогресії (b_n) зі знаменником q , якщо:
- 1) $b_4 = 125$, $q = 2,5$;
 - 2) $b_1 = \sqrt{5}$, $b_5 = 25\sqrt{5}$, $q < 0$;
 - 3) $b_4 = 10$, $b_7 = 10\,000$.
209. Геометричну прогресію (b_n) задано формулою n -го члена $b_n = 7 \cdot 2^{2n-1}$. Знайдіть суму чотирьох перших її членів.
210. Знайдіть перший член геометричної прогресії, якщо її знаменник дорівнює $\frac{1}{5}$, а сума чотирьох перших членів дорівнює 156.
211. Знайдіть кількість членів скінченної геометричної прогресії (y_n) , якщо $y_1 = 6$, знаменник $q = 4$, а сума всіх членів $S_n = 2046$.
212. Різниця п'ятого й третього членів геометричної прогресії дорівнює 1200, а різниця п'ятого й четвертого членів дорівнює 1000. Знайдіть суму п'яти перших членів прогресії.
213. Знайдіть перший член, знаменник і кількість членів скінченної геометричної прогресії (c_n) , якщо $c_6 - c_4 = 135$, $c_6 - c_5 = 81$, а сума всіх членів $S_n = 665$.

Випадкова подія. Ймовірність випадкової події*

214. У коробці лежать 6 білих і 14 червоних куль. Яка ймовірність того, що вибрана навмання куля виявиться:
- 1) білою;
 - 2) червоною?
215. У лотереї розігрується 6 автомобілів, 18 мотоциклів і 42 велосипеди. Усього випущено 3000 лотерейних білетів. Яка ймовірність, купивши один білет: 1) виграти мотоцикл; 2) виграти який-небудь приз; 3) не виграти жодного призу?

216. Гральний кубик кинули один раз. Яка ймовірність того, що випаде число, кратне 2?
217. Із натуральних чисел від 1 до 16 включно учень навмання називає одно. Яка ймовірність того, що це число є дільником числа 16?
218. Яка ймовірність того, що навмання вибране двоцифрове число ділиться націло на 12?
219. У коробці лежать 3 білі та 4 сині кулі. Яку найменшу кількість куль треба виїняти навмання, щоб ймовірність того, що серед них виявиться хоча б одна синя, дорівнювала 1?
220. Чотири картки пронумеровано числами 1, 2, 3 і 4. Яка ймовірність того, що добуток номерів двох навмання вибраних карток буде кратним 3?
221. У ящику лежать червоні та жовті кулі. Скільки червоних куль у ящику, якщо ймовірність виїняти з неї навмання червону кулю дорівнює $\frac{3}{8}$, а жовтих куль у ящику 20?

Початкові відомості про статистику*

222. Дано 30 чисел, із них число 6 трапляється 10 разів, число 10 трапляється 12 разів і число 15 — 8 разів. Знайдіть середнє арифметичне цих 30 чисел.
223. Знайдіть міри центральної тенденції вибірки:
- 1) 6, 6, 8, 10, 11, 13, 14, 14, 15, 23;
 - 2) 1,2; 1,4; 1,5; 1,5; 2,3; 4,4; 4,5.
224. У таблиці наведено розподіл за стажем водіїв, які працюють у деякому автопарку:

Стаж роботи в роках	2	6	10	15	16	18	19	20	21	22	25	28
Кількість водіїв	3	8	12	3	15	5	5	8	10	6	2	3

Знайдіть відносну частоту кожного значення та міри центральної тенденції вибірки.

* Матеріал, не обов'язковий для вивчення

225. Опитали 20 школярів, які прийшли до кінотеатру, про їхній вік і склали ряд даних:

12	14	15	12	16
13	14	16	15	14
14	15	15	16	14
12	13	15	16	14

Складіть частотну таблицю та побудуйте відповідну гістограму. Визначте частоту та відносну частоту кожного її значення.

Варіант 2

Числові нерівності

1. Порівняйте числа c і d , якщо:

1) $c - d = 1$; 2) $d - c = 7$; 3) $c = d - 0,9$; 4) $d = c + 0,1$.

2. Точка C (4) розташована на координатній прямій ліворуч точки $D(x)$. Яке з тверджень є правильним:

1) $x > 4$; 3) $x = 4$;
 2) $x < 4$; 4) числа x і 4 порівняти неможливо?

3. Доведіть нерівність:

1) $(a + 6)(a - 9) > (a + 11)(a - 14)$;

2) $(a - 10)^2 - 12 < (a - 7)(a - 13)$;

3) $(4a - 1)(4a + 1) - (5a - 7)^2 \leq 14(5a - 4) + 6$.

4. Доведіть нерівність:

1) $a^2 - 8a + 17 > 0$;

4) $x^2 + 9y^2 + 2x + 6y + 2 \geq 0$;

2) $6y - 9y^2 - 4 < 0$;

5) $x^2 - 6xy + 10y^2 - 4y + 7 > 0$;

3) $a(a - 10) > 4(a - 13)$;

6) $\frac{x^2 + 7}{\sqrt{x^2 + 6}} \geq 2$.

5. Доведіть, що:

1) $x^2(x - y) \geq y^2(x - y)$, якщо $x \geq 0$ і $y \geq 0$;

2) $x^3 - 4x^2 + 8x - 32 \geq 0$, якщо $x \geq 4$.

6. Доведіть, що:

1) $\left(x + \frac{1}{y}\right)\left(y + \frac{1}{x}\right) \geq 4$, якщо $x > 0$, $y > 0$;

2) $(x + 1)(y + 2)(z + 8) \geq 32\sqrt{xyz}$, якщо $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

Основні властивості числових нерівностей

7. Відомо, що $m < n$. Порівняйте:

1) $m + 9$ і $n + 9$;

3) $2,7n$ і $2,7m$;

5) $-20m$ і $-20n$;

2) $n - 3$ і $m - 3$;

4) $-n$ і $-m$;

6) $\frac{m}{8}$ і $\frac{n}{8}$.

8. Відомо, що $n < m$. Порівняйте:

- 1) $n - 5$ і m ; 3) $-n + 4$ і $-m + 4$;
 2) $m + 6$ і n ; 4) $n + 3$ і $m - 2$.

9. Порівняйте числа m і 0 , якщо:

- 1) $9m < 7m$; 2) $\frac{m}{6} > \frac{m}{11}$; 3) $-4m < -13m$; 4) $-\frac{m}{30} < -\frac{m}{15}$.

10. Дано: $x < 0$ і $y > 0$. Порівняйте:

- 1) $x - y$ і 0 ; 2) $x - y$ і y ; 3) $2y - 5x$ і x ; 4) $\frac{1}{4x - 3y}$ і y .

Додавання і множення числових нерівностей.

Оцінювання значення виразу

11. Чи є правильним твердження:

- 1) якщо $x > 2$ і $y > 14$, то $x + y > 16$;
 2) якщо $x > 2$ і $y > 14$, то $x + y > 15$;
 3) якщо $x > 2$ і $y > 14$, то $x + y > 17$;
 4) якщо $x > 2$ і $y > 14$, то $xy > 28$;
 5) якщо $x > 2$ і $y > 14$, то $x - y > -12$;
 6) якщо $x > 2$ і $y > 14$, то $xy > 27$;
 7) якщо $x > 2$ і $y > 14$, то $2x + 3y > 46$;
 8) якщо $x < 2$ і $y > 14$, то $y - x > 12$;
 9) якщо $x < 2$ і $y < 14$, то $xy < 28$;
 10) якщо $0 < x < 2$ і $0 < y < 14$, то $xy < 28$;
 11) якщо $x > 5$, то $x^2 > 25$;
 12) якщо $x < 5$, то $x^2 < 25$;
 13) якщо $x > 5$, то $\frac{1}{x} < \frac{1}{5}$;
 14) якщо $x < 5$, то $\frac{1}{x} > \frac{1}{5}$?

12. Дано: $-5 < x < 1$. Оцініть значення виразу:

- 1) $7x$; 3) $x + 3$; 5) $-x$; 7) $3x - 2$;
 2) $\frac{x}{3}$; 4) $x - 8$; 6) $-6x$; 8) $9 - 5x$.

13. Відомо, що $2,4 < \sqrt{6} < 2,5$. Оцініть значення виразу:

1) $4\sqrt{6}$; 2) $-5\sqrt{6}$; 3) $7 - \sqrt{6}$; 4) $\frac{7 - \sqrt{6}}{3}$.

14. Дано: $2 < x < 7$. Оцініть значення виразу $\frac{1}{x}$.

15. Дано: $3 < x < 8$ і $2 < y < 7$. Оцініть значення виразу:

1) $x + y$; 3) xy ; 5) $2x + 5y$; 7) $\frac{6y}{5x}$;

2) $x - y$; 4) $\frac{x}{y}$; 6) $3x - 4y$; 8) $\frac{0,6x - 0,1y}{0,8x - 0,3y}$.

16. Оцініть довжину середньої лінії трапеції з основами x см і y см, якщо $9 < x < 13$, $8 < y < 15$.

17. Оцініть периметр і площу квадрата зі стороною x см, якщо $12 < x < 20$.

Нерівності з однією змінною

18. Які з чисел $-7,5$; 2 ; -1 ; $\frac{1}{2}$; 0 є розв'язками нерівності:

1) $x \geq \frac{1}{2}$; 3) $3x > x + 5$; 5) $\sqrt{x-1} \geq 2$;

2) $x < 12$; 4) $x^2 - 36 < 0$; 6) $\frac{1}{x} \geq 1$?

19. Якою є множина розв'язків нерівності:

1) $(x-2)^2 \geq 0$; 3) $(x-2)^2 > 0$; 5) $0x < -3$; 7) $0x < 3$;

2) $(x-2)^2 \leq 0$; 4) $(x-2)^2 < 0$; 6) $0x \geq -3$; 8) $0x \geq 3$?

20. Розв'яжіть нерівність:

1) $\frac{1}{(x-2)^2} + 3 > 0$; 4) $\frac{x-2}{x-2} > \frac{1}{4}$; 7) $\left(\frac{x-3}{x-4}\right)^2 > 0$;

2) $\frac{x-2}{x-2} > 0$; 5) $\frac{x-2}{x-2} \leq 1$; 8) $x + \frac{1}{x-3} > \frac{1}{x-3} + 2$.

3) $\frac{x-2}{x-2} \geq 0$; 6) $\left(\frac{x-3}{x-4}\right)^2 \geq 0$;

Розв'язування лінійних нерівностей з однією змінною.

Числові проміжки

21. Зобразіть на координатній прямій проміжок:

1) $[-3; +\infty)$; 2) $(-3; +\infty)$; 3) $(-\infty; -3)$; 4) $(-\infty; -3]$.

22. Зобразіть на координатній прямій та запишіть проміжок, який задано нерівністю:
- 1) $x > -2$; 2) $x < -3$; 3) $x \geq 3$; 4) $x \leq 6$.
23. Укажіть найменше ціле число, яке належить проміжку:
- 1) $(-2, 7; +\infty)$; 2) $[9; +\infty)$.
24. Розв'яжіть нерівність:
- 1) $2x > 10$; 5) $3,9x > 0$; 9) $9x + 5 \leq 31 - 4x$;
 2) $-4x \leq 16$; 6) $-6x \leq 0$; 10) $7 - 4x < 6x - 23$;
 3) $\frac{1}{4}x > -3$; 7) $2\frac{3}{4}x \geq -3\frac{2}{3}$; 11) $4,7 - 2,3x \leq 1,2x - 9,3$;
 4) $-0,2x \leq -2$; 8) $5x > 24 - x$; 12) $\frac{4}{9}x + 7 < \frac{1}{3}x + 2$.
25. Розв'яжіть нерівність:
- 1) $4(x - 3) > x + 6$;
 2) $0,3(8 - 3y) \leq 3,2 - 0,8(y - 7)$;
 3) $\frac{5}{6}\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{5}\right) \geq 3x + 3\frac{1}{3}$;
 4) $2x(2x + 1) - 5(x^2 - 3x) < x(2 - x) + 3$;
 5) $\frac{x - 5}{4} - \frac{x + 1}{3} > 2$;
 6) $\frac{x + 4}{3} - \frac{x + 2}{6} \leq 4$;
 7) $\frac{5x - 2}{4} - \frac{3 - x}{5} > \frac{1 - x}{10}$;
 8) $(x + 4)(x - 2) - (x + 5)(x + 3) \leq -8x$;
 9) $(3x + 1)^2 - (x + 2)(4x - 1) > 5(x - 1)^2 + 7x$;
 10) $3x(5 + 12x) - (6x - 1)(6x + 1) \geq 10x$.
26. Знайдіть найменший цілий розв'язок нерівності:
- 1) $x - 4 < 3x + 9$;
 2) $18x^2 - (3x - 2)(6x + 5) \leq 20$;
 3) $(2x - 3)^2 + (3 - 4x)(x + 5) \geq 82$;
 4) $(x - 3)(x + 3) > 2(x - 2)^2 - x(x + 1)$.

27. Розв'яжіть нерівність:

1) $5x + 7 > 3(2x - 5) - x$;

2) $4,5(2 - x) \geq 5,4 - 3(1,5x - 1,2)$;

3) $8x + (x - 3)(x + 3) \geq (x + 4)^2$;

4) $3x(x - 3) - (3x + 1)(x + 4) > 2 - 2(11x + 3)$.

28. При яких значеннях x має зміст вираз:

1) $\sqrt{3x - 5}$;

3) $\frac{2}{\sqrt{7x + 35}}$;

5) $\sqrt{9 - 15x} + \frac{3}{x^2 - 1}$;

2) $\sqrt{4 - 13x}$;

4) $\sqrt{x + 9} + \frac{1}{x - 4}$;

6) $\frac{4}{\sqrt{2x + 18}} + \frac{1}{|x| - 2}$?

29. При яких значеннях a можна розкласти на лінійні множники квадратний тричлен:

1) $3x^2 + 5x + 2a$;

2) $ax^2 - 3x + 3$?

30. У деякій школі кількість хлопчиків відноситься до кількості дівчаток як $5 : 4$. Якою може бути найменша кількість хлопчиків, якщо всього в школі не менше 600 учнів?

31. Сторони трикутника дорівнюють 11 см, 15 см і x см, де x — натуральне число. Якого найменшого значення може набувати x ?

32. Сума трьох послідовних непарних натуральних чисел не перевищує 139. Знайдіть найбільше значення, якого може набувати третє число із цієї трійки чисел.

33. Розв'яжіть рівняння:

1) $|x + 3| - x = 2$;

3) $|x - 2| + x = 8$;

2) $|3x - 1| + x = 2$;

4) $|x + 2| - x = 6$.

34. Побудуйте графік функції:

1) $y = |x + 2|$;

2) $y = |x - 4| - 2$;

3) $y = |x + 1| + 2x$.

35. При яких значеннях b має від'ємний корінь рівняння:

1) $3x - 4 = 2b$;

2) $(b + 1)x = 7$?

36. При яких значеннях b має єдиний додатний корінь рівняння:

1) $(b - 3)x = b^2 - 9$;

2) $(5b^2 + 7b)x = b$?

37. При яких значеннях a має два різних дійсних корені рівняння:

1) $x^2 - 3x + 5a = 0$;

2) $(a + 3)x^2 - (2a - 1)x + a = 0$;

3) $(a - 5)x^2 - 2(a - 6)x + a - 4 = 0$;

4) $x^2 + 2(a - 1)x + 2a^2 + 4a + 10 = 0$?

38. Для кожного значення a розв'яжіть нерівність:

1) $(a + 2)x > 0$;

5) $a + 2x \geq 3 - ax$;

2) $(a + 2)x < 3$;

6) $3(a - x) \leq 9 - ax$;

3) $(a + 2)x \geq a + 2$;

7) $(a - 3)x > a^2 - 9$;

4) $(a + 2)^2 x \leq 0$;

8) $(a + 2)x \leq a^2 - 4$.

Системи лінійних нерівностей з однією змінною

39. Серед чисел -5 ; $3,5$; 8 укажіть розв'язки системи нерівностей:

1) $\begin{cases} x > -7, \\ x < 12; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x - 2 > x + 4, \\ 7x - 4 > x + 3. \end{cases}$

40. Зобразіть на координатній прямій проміжок:

1) $(-5; 2)$;

2) $[-5; 2]$;

3) $[-5; 2)$;

4) $(-5; 2]$.

41. Зобразіть на координатній прямій і запишіть проміжок, який задано нерівністю:

1) $2 < x < 4$;

3) $-2,1 \leq x < 5,2$;

2) $\frac{1}{4} \leq x \leq 2\frac{2}{3}$;

4) $-0,2 < x \leq 3,3$.

42. Запишіть усі цілі числа, які належать проміжку:

1) $[2; 7]$;

2) $(1,3; 5)$;

3) $[-2,3; 3,4]$;

4) $(-5,1; 1,4)$.

43. Укажіть найбільше і найменше цілі числа, які належать проміжку:

1) $[-6; -2]$;

2) $(3; 15]$.

44. Зобразіть на координатній прямій і запишіть переріз проміжків:

1) $[-5; 11]$ і $[6; 13]$;

4) $(-\infty; 4,1)$ і $(4,7; +\infty)$;

2) $(3; 8]$ і $[3; 10]$;

5) $[2; +\infty)$ і $[5,6; +\infty)$;

3) $(-\infty; 6,3)$ і $(2,5; +\infty)$;

6) $[4; 13]$ і $[7,2; 11)$.

45. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$1) \begin{cases} -4x > 16, \\ -3x > 4; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x(x+3) > (x+1)(x-2) - 1, \\ (2x+1)(x+2) - (x-2)(x-4) < x^2; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 4x - 3 \geq x + 6, \\ 5x + 1 \geq 6x - 11; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{2x-1}{4} - \frac{4-x}{2} > \frac{3}{4}, \\ \frac{x-1}{2} < \frac{2-x}{3} + \frac{1}{2}; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 0,4(x-2) \leq 0,6x+1, \\ 5x+3 > 4(x+1,25); \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} (2x+1)^2 + 2x \leq (2x-1)(2x+1) - 4, \\ \frac{2x-1}{2} \geq \frac{x-5}{4} - \frac{x+1}{8}. \end{cases}$$

46. Скільки цілих розв'язків має система нерівностей:

$$1) \begin{cases} 8x - 9 < 5x - 7, \\ 2 - x > 3 - 4x; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 6x - 2 > 4x + 5, \\ 7x - 10 \leq 2x + 11; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 12x + 23 \geq 3x - 4, \\ 5x + 2 \geq 8x - 6; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{3x+2}{2} - 2 \geq 4x, \\ (x+5)(x-3) \geq x(x-1) - 19? \end{cases}$$

47. Знайдіть множину розв'язків системи нерівностей:

$$1) \begin{cases} 4(x-1) - 3(x+1) < x, \\ 0,5(x+2) \leq 2(x+1,5) - 4; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2 - \frac{4x-1}{6} < 3x, \\ x(x-8) - 22 > (x+2)(x-10). \end{cases}$$

48. Розв'яжіть нерівність:

$$1) -4 < x - 9 < 5;$$

$$4) 2 < \frac{x}{3} + 1 < 2,1;$$

$$2) -2,6 < 5x - 2 < 3;$$

$$5) 3 \leq \frac{5x+2}{4} \leq 4;$$

$$3) 0,8 < 1 - 3x < 3,7;$$

$$6) 0,3 \leq \frac{3-2x}{6} \leq 0,5.$$

49. Скільки цілих розв'язків має нерівність:

$$1) -4 \leq 2x - 5 \leq 6;$$

$$2) -2 \leq 4 - 11x \leq 7?$$

50. При яких значеннях x значення функції $y = x(1 - \sqrt{5})$ належать проміжку $[2\sqrt{5} - 2; 4\sqrt{5} - 4]$?

51. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$1) \begin{cases} x < 9, \\ x > 6, \\ x < 7,4; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 7x - 2 > 13, \\ 5 - 2x < 8, \\ 6x - 5 > 3; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 0,3 - 5x \geq 2,8, \\ 4,5x + 1 \geq 10, \\ 2,2x - 1 < 2x - 1,3. \end{cases}$$

52. При яких значеннях змінної має зміст вираз:

$$1) \sqrt{3x-10} + \sqrt{4x-11};$$

$$3) \sqrt{5x-45} + \sqrt{8-x}?$$

$$2) \sqrt{4x+5} - \frac{1}{\sqrt{11-2x}};$$

53. Розв'яжіть нерівність:

$$1) (x+7)(x-1) \geq 0; \quad 3) \frac{x+4}{x-4} < 0; \quad 5) \frac{7x-1}{x-10} \geq 0;$$

$$2) (x+2)(x+1) < 0; \quad 4) \frac{x+9}{3x-9} > 0; \quad 6) \frac{4x-8}{x+5} \leq 0.$$

54. Розв'яжіть нерівність:

$$1) |x| < 7; \quad 2) |x-1| \leq 3,8; \quad 3) |7x-5| \leq 3; \quad 4) |5-4x| < 6.$$

55. Розв'яжіть нерівність:

$$1) |x| > 9; \quad 2) |x-4| \geq 3,2; \quad 3) |0,4x+3| \geq 2; \quad 4) |7-8x| > 9.$$

56. Розв'яжіть рівняння:

$$1) |x| + |x-3| = 4; \quad 3) |x| - |x-3| = 4;$$

$$2) |x-2| + |x+3| = 5; \quad 4) |2x-6| - |x+4| = 4x+10.$$

57. Розв'яжіть нерівність:

$$1) |x+3| + 4x \geq 6; \quad 4) |x+2| + |x-3| > 4;$$

$$2) |x-4| - 5x < 12; \quad 5) |x+2,2| - |x-1,8| \leq 2;$$

$$3) |x+3| + |x-3| \leq 6; \quad 6) |3x+16| - |2x-14| > 8.$$

58. Для кожного значення a розв'яжіть систему нерівностей:

$$1) \begin{cases} x < -4, \\ x < a; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x < 4, \\ x > a. \end{cases}$$

59. При яких значеннях a корені рівняння $x^2 - (3a+2)x + 8a - 4a^2 = 0$ більші за число -7 ?

60. При яких значеннях a корені рівняння $x^2 - (5a-2)x + 6a^2 - 4a = 0$ належать проміжку $[4; 7]$?

61. При яких значеннях a один із коренів рівняння $2x^2 - (3a+5)x + a^2 + 2a - 3 = 0$ менший від 3, а другий — більший за 5?

Повторення та розширення відомостей про функцію

62. Функцію задано формулою $g(x) = 2x - \frac{1}{3}x^2$. Знайдіть:

$$1) g(-1); \quad 2) g\left(\frac{1}{2}\right).$$

63. Дано функції $h(x) = 2x - \frac{6}{x}$ і $g(x) = 4x - 3$. Порівняйте:

- 1) $h(-1)$ і $g(0)$; 2) $h(2)$ і $g\left(-\frac{1}{2}\right)$; 3) $h(3)$ і $g(2)$.

64. Дано функцію $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } x \leq -3, \\ 2x + 7, & \text{якщо } -3 < x \leq -1, \\ 2x^2 + 3, & \text{якщо } x > -1. \end{cases}$

Знайдіть: 1) $f(-3,01)$; 2) $f(-3)$; 3) $f(-2,5)$; 4) $f(0)$.

65. При якому значенні x значення функції $f(x) = \frac{x^2 + 7}{x + 1}$ дорівнює 4?

66. На рисунку 5 зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-4; 5]$. Користуючись графіком, знайдіть:

1) $f(-3,5)$; $f(-2)$; $f(0)$; $f(1,5)$; $f(3)$; $f(4,5)$;

2) значення x , при яких $f(x) = -1,5$; $f(x) = 1,5$; $f(x) = 3$; $f(x) = 0$;

3) область значень функції.

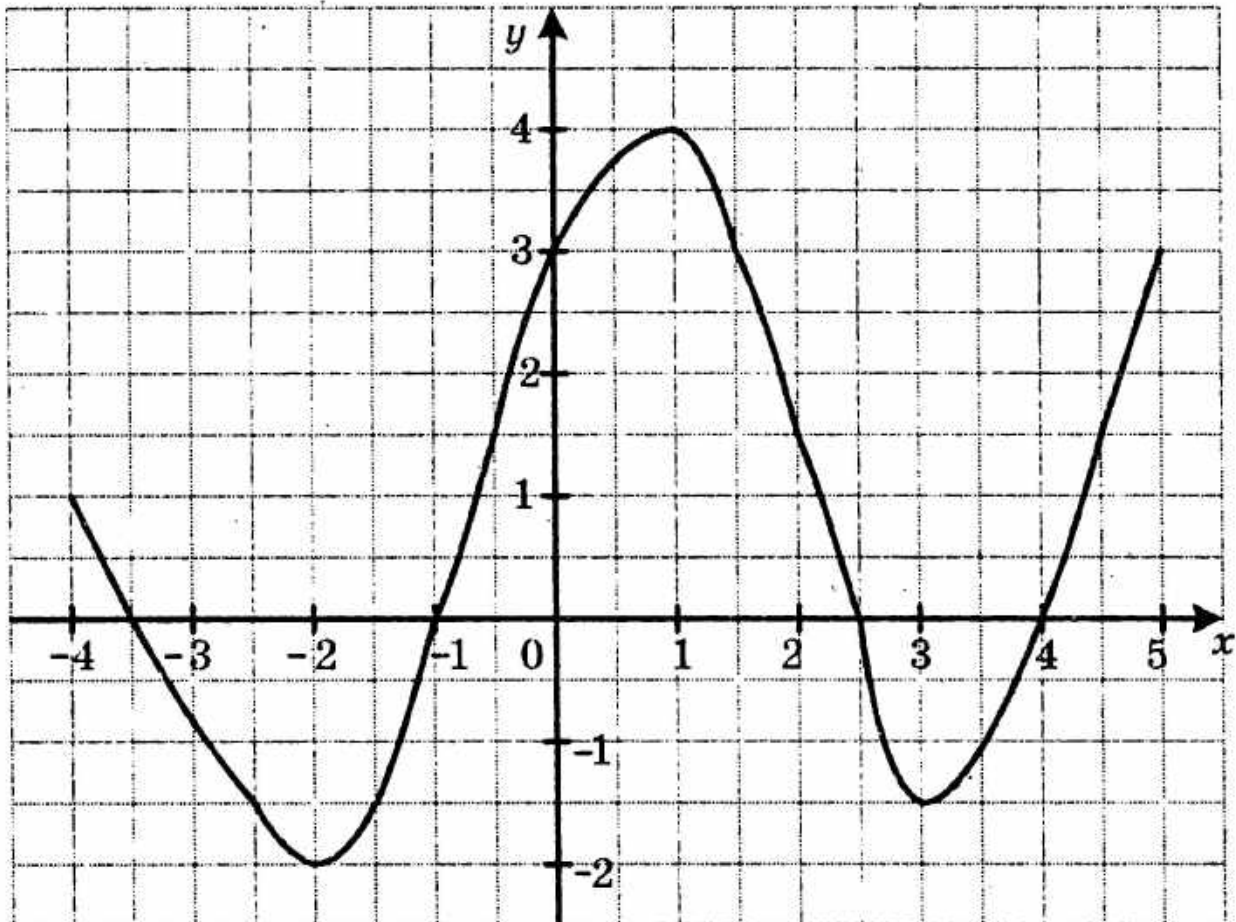


Рис. 5

67. Знайдіть область визначення функції:

1) $f(x) = 2x - 17$;

10) $f(x) = \frac{x+3}{|x|-5}$;

2) $f(x) = \frac{3}{x+2}$;

11) $f(x) = \frac{4}{|x|+6}$;

3) $f(x) = \frac{x-7}{2}$;

12) $f(x) = \frac{17}{|x|-x^2}$;

4) $f(x) = \frac{x-3}{2x+3}$;

13) $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{2-x}$;

5) $f(x) = \sqrt{3+x}$;

14) $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{x+3}{x-10}$;

6) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x-3}}$;

15) $f(x) = \sqrt{x-4} + \sqrt{4-x}$;

7) $f(x) = \frac{x}{x^2-3}$;

16) $f(x) = \sqrt{x-3} - \frac{x-2}{\sqrt{2-x}}$;

8) $f(x) = \frac{16}{x^2+16}$;

17) $f(x) = \sqrt{x-4} + \frac{x-12}{x^2-16}$;

9) $f(x) = \frac{6x+19}{3x+x^2}$;

18) $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+5}} + \frac{2x-3}{x^2-x-12}$.

68. Знайдіть область значень функції:

1) $f(x) = \sqrt{x} + 3$;

5) $f(x) = |x| + 1$;

2) $f(x) = \sqrt{x} - 1$;

6) $f(x) = \sqrt{x^2+1} - 3$;

3) $f(x) = 2 - x^2$;

7) $f(x) = \sqrt{-|x|}$;

4) $f(x) = x^2 + 3$;

8) $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x}$.

69. Побудуйте графік функції:

1) $f(x) = 5 + \frac{1}{3}x$;

2) $f(x) = -3x$;

3) $f(x) = -2$;

4) $f(x) = -\frac{4}{x}$.

70. Знайдіть, не виконуючи побудови, точки перетину з осями координат графіка функції:

1) $f(x) = 3 - \frac{1}{4}x$;

2) $h(x) = \frac{2x+3}{x-3}$;

3) $g(x) = x^2 - 4x + 3$;

4) $f(x) = \frac{x^2-2}{x^2+2}$.

71. Побудуйте графік функції:

1) $f(x) = \begin{cases} \frac{12}{x}, & \text{якщо } x \leq -4, \\ \frac{3}{4}x, & \text{якщо } -4 < x < 4, \\ \frac{12}{x}, & \text{якщо } x \geq 4; \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} 3x+2, & \text{якщо } x \leq -2, \\ -\frac{1}{2}x-3, & \text{якщо } -2 < x < 0, \\ -5, & \text{якщо } x \geq 0. \end{cases}$

72. Знайдіть область визначення та побудуйте графік функції:

1) $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$;

3) $f(x) = \frac{3x-9}{x^2-3x}$;

2) $f(x) = \frac{x^2-4x+4}{2-x}$;

4) $f(x) = \frac{|x|-1}{|x|-1}$.

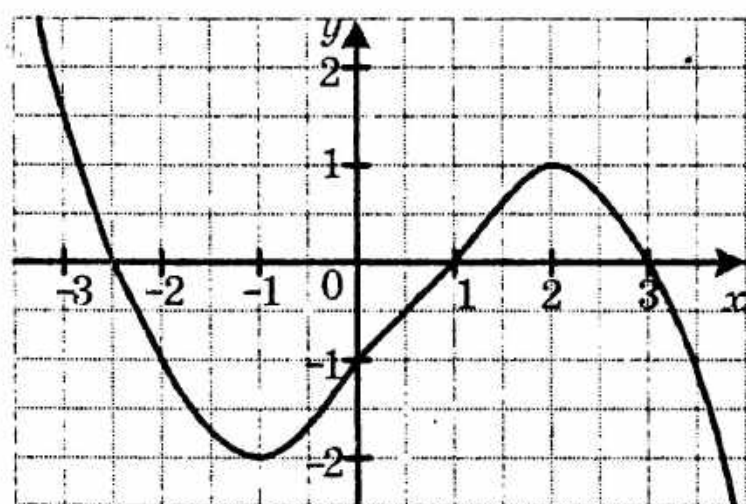
Властивості функції

73. На рисунку 6 зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на множині дійсних чисел. Користуючись графіком, знайдіть:

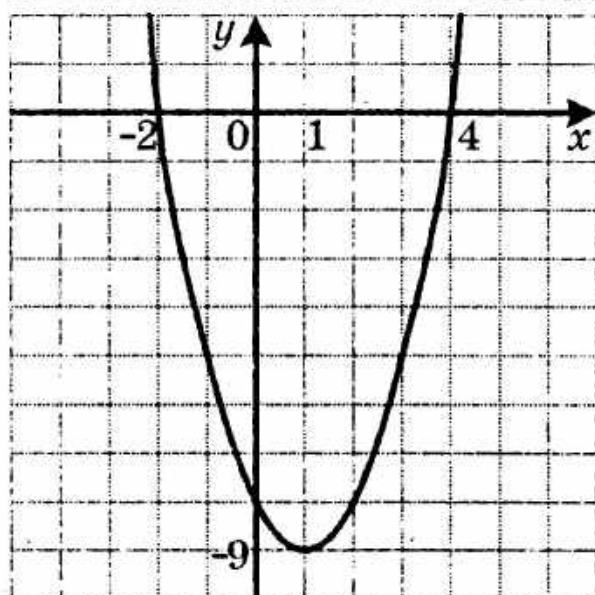
1) нулі функції;

2) при яких значеннях аргументу значення функції є від'ємними;

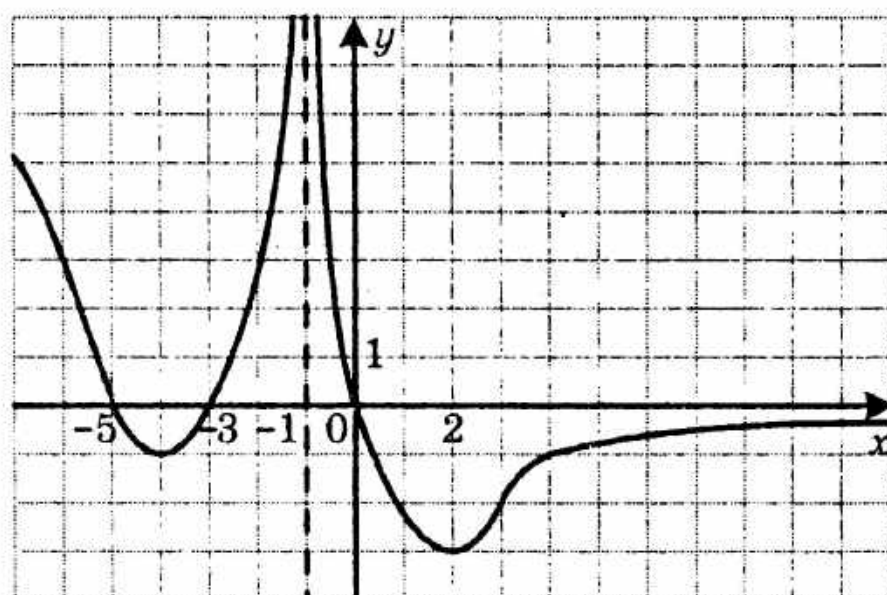
3) проміжки зростання і проміжки спадання функції.



а



б



в

Рис. 6

74. Які з лінійних функцій $y = 2x + 62$; $y = -0,18x + 1$; $y = 0,25x - 20$; $y = 122x - 1$; $y = 0,04x$; $y = -x - 1$ є:

1) зростаючими;

2) спадними?

75. Знайдіть нулі функції:

1) $f(x) = -0,2x + 5$;

5) $f(x) = \sqrt{|x| - 2}$;

2) $f(x) = 5x^2 - 6x + 1$;

6) $f(x) = \sqrt{|x| + 1}$;

3) $f(x) = \sqrt{3 - x}$;

7) $f(x) = (x - 2)\sqrt{x - 3}$.

4) $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1}$;

76. Доведіть, що функція:

1) $f(x) = \frac{5}{x+2}$ спадає на проміжку $(-2; +\infty)$;

2) $f(x) = 8x - x^2$ зростає на проміжку $(-\infty; 4]$.

**Як побудувати графік функції $y = kf(x)$,
якщо відомо графік функції $y = f(x)$**

77. При яких значеннях a точка $B(a; -50)$ належить графіку функції $y = -2x^2$?

78. Відомо, що точка $E(-3; 12)$ належить графіку функції $y = ax^2$. Знайдіть значення a .

79. На рисунку 7 зображено графік функції $y = f(x)$. Побудуйте графік функції:

1) $y = \frac{1}{4}f(x)$; 2) $y = -f(x)$; 3) $y = -1,5f(x)$.

80. Побудуйте графік функції:

1) $y = -2x^2$; 2) $y = \frac{1}{2}x^2$; 3) $y = 4x^2$.

**Як побудувати графіки функцій $y = f(x) + b$ і $y = f(x + a)$,
якщо відомо графік функції $y = f(x)$**

81. Якими є координати вершини параболи:

1) $y = x^2 - 10$; 2) $y = (x - 9)^2$; 3) $y = (x + 14)^2 - 13$?

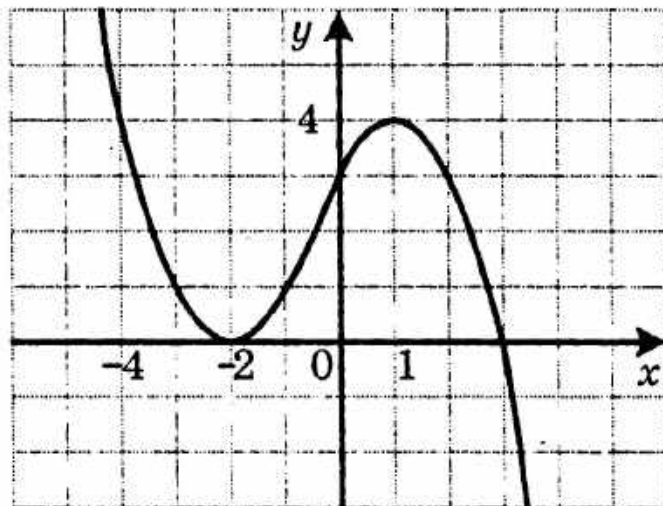
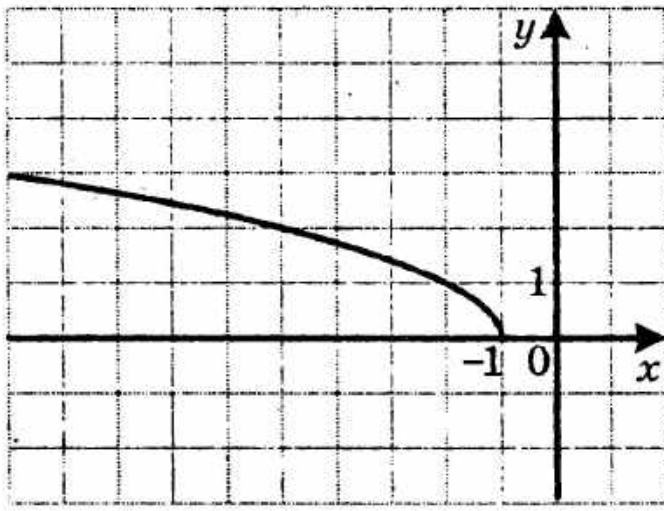
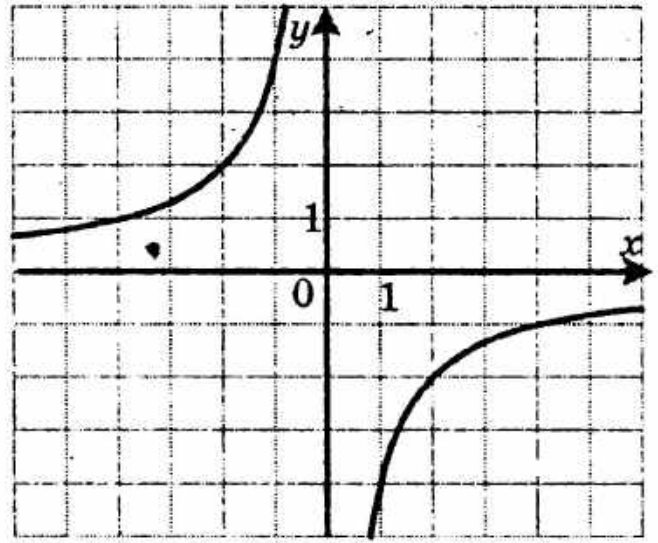


Рис. 7



а



б

Рис. 8

82. На рисунку 8 зображено графік функції $y = f(x)$. Побудуйте графік функції:

1) $y = f(x) + 1$; 2) $y = f(x - 1)$; 3) $y = 2 - f(x)$.

83. Побудуйте графік функції $y = x^2$. Використовуючи цей графік, побудуйте графік функції:

1) $y = x^2 + 2$; 2) $y = (x - 1)^2$; 3) $y = (x + 2)^2 + 2$.

84. Побудуйте графік функції $y = -x^2$. Використовуючи цей графік, побудуйте графік функції:

1) $y = -x^2 - 1$; 2) $y = 3 - x^2$; 3) $y = -(x + 1)^2 - 2$.

85. Побудуйте графік функції $y = (x + 4)^2 - 4$. Користуючись цим графіком, знайдіть:

- 1) нулі функції;
- 2) при яких значеннях аргументу функція набуває додатних значень;
- 3) проміжок зростання і проміжок спадання функції;
- 4) область значень функції.

86. Побудуйте графік функції $y = \sqrt{x}$. Використовуючи цей графік, побудуйте графік функції:

1) $y = \sqrt{x} + 2$; 2) $y = \sqrt{x + 3}$; 3) $y = 2 + \sqrt{x - 1}$.

87. Побудуйте графік функції $y = -\sqrt{x}$. Використовуючи цей графік, побудуйте графік функції:

1) $y = 1 - \sqrt{x}$; 2) $y = -2 - \sqrt{x + 1}$.

88. Побудуйте графік функції $y = \frac{6}{x}$. Використовуючи цей графік, побудуйте графік функції:

$$1) y = \frac{6}{x} + 2; \quad 3) y = \frac{6}{x-1} - 1; \quad 5) y = \frac{2x-2}{x+2}.$$

$$2) y = \frac{6}{x+2}; \quad 4) y = \frac{x+6}{x};$$

Квадратична функція, її графік і властивості

89. Визначте напрям віток і координати вершини параболи:

$$1) y = x^2 + 8x - 3; \quad 3) y = 0,3x^2 + 3,6x + 11,3;$$

$$2) y = -x^2 - x + 2; \quad 4) y = -3x^2 - 6x + 5.$$

90. Побудуйте графік функції:

$$1) y = x^2 + 4x + 3; \quad 5) y = 3x - x^2;$$

$$2) y = -x^2 - 2x + 3; \quad 6) y = 1 - x^2;$$

$$3) y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 4; \quad 7) y = -0,1x^2 + 0,4x - 0,4;$$

$$4) y = -2x^2 - 4x - 2; \quad 8) y = x^2 - 4x + 5.$$

91. Побудуйте графік функції $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Користуючись графіком, знайдіть:

1) найбільше і найменше значення функції;

2) область значень функції;

3) проміжок зростання і проміжок спадання функції;

4) множину розв'язків нерівності $f(x) > 0$; $f(x) \leq 0$.

92. Побудуйте графік функції $f(x) = 6x - 3x^2$. Користуючись графіком, знайдіть:

1) найбільше і найменше значення функції;

2) область значень функції;

3) проміжок зростання і проміжок спадання функції;

4) множину розв'язків нерівності $f(x) > 0$; $f(x) \leq 0$.

93. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій

$$y = \frac{12}{x} \text{ і } y = -x^2 - x + 6. \text{ Користуючись отриманим рисунком, визначте кількість коренів рівняння } -x^2 - x + 6 = \frac{12}{x}.$$

94. Знайдіть координати точки параболи $y = x^2 + 3x - 8$, у якої:
- 1) абсциса й ордината рівні;
 - 2) сума абсциси й ординати дорівнює 4.
95. Знайдіть область значень і проміжки зростання та спадання функції:
- 1) $f(x) = 2x^2 - 8x + 1$;
 - 2) $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + x - 2$;
 - 3) $f(x) = 17 - 16x - 0,2x^2$;
 - 4) $f(x) = 5x^2 + 8x$.
96. Побудуйте графік функції:
- 1) $f(x) = \begin{cases} -3x - 5, & \text{якщо } x \leq 1, \\ x^2 - 4x - 5, & \text{якщо } 1 < x < 4, \\ -5, & \text{якщо } x \geq 4; \end{cases}$
 - 2) $f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{якщо } x \leq -1, \\ x - x^2, & \text{якщо } -1 < x \leq 2, \\ 1, & \text{якщо } x > 2. \end{cases}$
97. Побудуйте графік функції $y = x^2 - 2x + 3$, визначеної на проміжку $[0; 3]$. Користуючись побудованим графіком, знайдіть область значень даної функції.
98. Знайдіть найбільше значення функції $y = -2x^2 + 12x + 3$ на проміжку:
- 1) $[0; 2]$;
 - 2) $[2,5; 4]$;
 - 3) $[5; 12]$.
99. При яких значеннях p і q графік функції $y = x^2 + px + q$ проходить через точки $A(1; -1)$ і $B(3; -2)$?
100. При яких значеннях a і b парабола $y = ax^2 + bx - 1$ проходить через точки $M(-1; 3)$ і $N(2; 4)$?
101. Графік квадратичної функції — парабола з вершиною в початку координат, яка проходить через точку $(3; -27)$. Задайте цю функцію формулою.
102. Графік квадратичної функції — парабола з вершиною в точці $A(0; -3)$, яка проходить через точку $B(3; 24)$. Задайте цю функцію формулою.

103. Нехай D — дискримінант квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$. Зобразіть схематично графік квадратичної функції $y = ax^2 + bx + c$, якщо:
- 1) $a < 0, D > 0, c > 0, -\frac{b}{2a} > 0$;
 - 2) $a > 0, D = 0, -\frac{b}{2a} > 0$;
 - 3) $a < 0, D < 0, -\frac{b}{2a} < 0$.
104. При якому значенні a графік квадратичної функції $y = ax^2 + (a + 2)x + 2$ має з віссю абсцис одну спільну точку?
105. При яких значеннях a функція $y = -2x^2 - 3x + a$ набуває від'ємних значень при всіх дійсних значеннях x ?
106. При яких значеннях a функція $y = (a + 1)x^2 - 2x + 3$ набуває додатних значень при всіх дійсних значеннях x ?
107. При яких значеннях a функція $y = (a - 2)x^2 + 2x - 7$ набуває недодатних значень при всіх дійсних значеннях x ?
108. При якому значенні c найменше значення функції $y = 3x^2 - 6x + c$ дорівнює -2 ?
109. При яких значеннях p і q вершина параболи $y = x^2 + px + q$ знаходиться в точці $(2; 5)$?
110. Парабола $y = ax^2 + bx + c$ має вершину в точці $M(3; 1)$ і проходить через точку $K(1; 3)$. Знайдіть значення коефіцієнтів a, b і c .
111. Побудуйте графік функції:
- 1) $y = \frac{|x|}{x}(x^2 - x - 2)$;
 - 2) $y = x^2 - 2|x| - 3$;
 - 3) $y = x^2 + x \frac{|x+1|}{x+1} - 6$;
 - 4) $y = x^2 + 2|x+1| - x - 2$.

112. Нехай x_1 і x_2 — нулі функції $y = -2x^2 - (2a - 1)x + 3a + 2$. При яких значеннях a виконується нерівність $x_1 < 2 < x_2$?

Розв'язування квадратних нерівностей

113. Розв'яжіть нерівність:

1) $x^2 + x - 30 < 0$;

7) $16x^2 - 8x + 1 > 0$;

2) $x^2 - 10x + 16 \geq 0$;

8) $x^2 + 10x + 25 \geq 0$;

3) $-x^2 + 0,8x + 2,4 > 0$;

9) $2x^2 - 3x + 4 > 0$;

4) $-2x^2 + 7x - 6 < 0$;

10) $9x^2 - 6x + 1 \leq 0$;

5) $2x^2 - 50x \geq 0$;

11) $4x^2 - 20x + 25 < 0$;

6) $4x^2 - 49 < 0$;

12) $3x^2 - x + 2 \leq 0$.

114. Розв'яжіть нерівність:

1) $x^2 \leq 16$;

3) $9x^2 \leq 5x$;

5) $-7x^2 < -28$;

2) $x^2 > 5$;

4) $-4x^2 \geq -12x$;

6) $0,4x^2 < -10x$.

115. Знайдіть множину розв'язків нерівності:

1) $(2x - 1)(x + 3) \geq 4$;

3) $\frac{x^2 + x}{2} - \frac{8x - 1}{3} < -2$;

2) $(x + 2)^2 < 13 - (x - 3)^2$;

4) $\frac{x^2 - 4x}{8} + \frac{x - 3}{5} \geq \frac{1 - x}{6}$.

116. Знайдіть цілі розв'язки нерівності:

1) $2x^2 + 8x \leq 0$;

4) $6x^2 - 7x + 2 \leq 0$;

2) $x^2 - 12 < 0$;

5) $-\frac{1}{3}x^2 - 2x + 9 > 0$;

3) $-4x^2 + 13x - 3 \geq 0$;

6) $x^2 - 2,6x + 1,2 \leq 0$.

117. Знайдіть область визначення функції:

1) $y = \sqrt{x^2 - 2x - 48}$;

3) $y = \sqrt{x^2 - 5x - 14} - \frac{3}{x^2 - 25}$;

2) $y = \frac{2x - 1}{\sqrt{4x - 16x^2}}$;

4) $y = \frac{x + 3}{\sqrt{14 - 3x - 2x^2}} + \frac{x - 1}{2x^2 - 3x + 1}$.

118. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$1) \begin{cases} x^2 - 3x - 10 \leq 0, \\ x > 1; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^2 - 5x - 14 \leq 0, \\ 3x + 6 \leq 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x^2 - 10x - 8 > 0, \\ x \leq 5; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x^2 - x - 6 \geq 0, \\ x^2 - x - 30 < 0; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x^2 - 3x - 9 \leq 0, \\ 2x - 7 \geq 0; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x^2 - 4x - 12 \leq 0, \\ x^2 - 6x - 7 < 0. \end{cases}$$

119. Знайдіть цілі розв'язки системи нерівностей:

$$1) \begin{cases} x^2 - 7x + 6 < 0, \\ x \geq 2; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 - 7x - 18 \geq 0, \\ -3,1 \leq x \leq 15,4; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x^2 - 4x \leq 0, \\ -0,3x + 0,9 > 0; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^2 + (\sqrt{11} - 3)x - 3\sqrt{11} \leq 0, \\ -x^2 - 1,5x + 7 \geq 0. \end{cases}$$

120. Знайдіть значення a , при яких не має коренів рівняння:

$$1) x^2 + (a + 1)x + 1 = 0;$$

$$3) (9 - 3a)x^2 - (a - 3)x + 1 = 0;$$

$$2) (a - 1)x^2 - 2ax + 3a = 0;$$

$$4) (a - 2)x^2 - 2(a + 1)x + 3a + 3 = 0.$$

121. При яких значеннях b має два різних дійсних корені рівняння:

$$1) x^2 - bx + 2b - 3 = 0;$$

$$3) (1 - 2b)x^2 + 2(2b + 1)x + 6b - 2 = 0;$$

$$2) bx^2 + (2b - 1)x + b = 0;$$

$$4) (2b + 10)x^2 + (b - 10)x - b + 4 = 0?$$

122. Знайдіть значення a , при яких виконується при всіх дійсних значеннях x нерівність:

$$1) x^2 - 2(a + 1)x + 2a^2 - a + 1 > 0;$$

$$2) -\frac{1}{2}x^2 - 2ax + 8a^2 - 4a \leq 0;$$

$$3) ax^2 + 8x - a + 10 > 0;$$

$$4) (4 - a^2)x^2 + 2(a - 2)x + 1 \leq 0.$$

123. При яких значеннях m не має розв'язків нерівність:

$$1) mx^2 - 2mx + m - 9 > 0;$$

$$2) (3m - 4)x^2 + 2(m - 2)x + m - 2 \leq 0?$$

124. Для кожного значення a розв'яжіть систему нерівностей:

$$1) \begin{cases} x^2 + x - 6 < 0, \\ x \geq a; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x^2 + 9x + 8 \geq 0, \\ x < a. \end{cases}$$

125. Для кожного значення a розв'яжіть нерівність:

$$1) x^2 - (a - 2)x - 2a \geq 0; \quad 2) x^2 - 3ax + 2a^2 - a - 1 < 0.$$

126. Розв'яжіть нерівність:

$$\begin{array}{ll} 1) |x^2 - x - 8| < 12; & 4) x^2 - 2|x| < 15; \\ 2) |x^2 - 2x| \geq 3; & 5) x^2 - 7x + 12 > |x - 4|; \\ 3) |x - 3|(x + 1) \geq 4x; & 6) |x| \cdot |x - 3| + x - 2 < 0. \end{array}$$

Системи рівнянь із двома змінними

127. Розв'яжіть графічно систему рівнянь:

$$\begin{array}{lll} 1) \begin{cases} xy = -8, \\ x + y = -2; \end{cases} & 3) \begin{cases} x^2 - y = 2, \\ x + y = 4; \end{cases} & 5) \begin{cases} x^2 + (y - 1)^2 = 5, \\ x - 2y + 2 = 0; \end{cases} \\ 2) \begin{cases} y = x^2 - 4x + 3, \\ y = x - 3; \end{cases} & 4) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = -x - 1; \end{cases} & 6) \begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ xy = 3. \end{cases} \end{array}$$

128. Визначте графічно кількість розв'язків системи рівнянь:

$$\begin{array}{lll} 1) \begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = 3 - x; \end{cases} & 3) \begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ y = 3 - x^2; \end{cases} & 5) \begin{cases} (x - 2)^2 + y^2 = 4, \\ y = 4 - 3x^2; \end{cases} \\ 2) \begin{cases} y = x^2 + 2, \\ y = 5 - 2x^2; \end{cases} & 4) \begin{cases} xy = 6, \\ y = \frac{1}{3}x^2 - 4; \end{cases} & 6) \begin{cases} |y| = x, \\ y = -x^2 + 2x + 3. \end{cases} \end{array}$$

129. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{array}{ll} 1) \begin{cases} y = 4 - x, \\ x^2 + 3xy = 18; \end{cases} & 4) \begin{cases} x^2 + xy - 3y = -1, \\ 4x - y = 3; \end{cases} \\ 2) \begin{cases} x + y = -5, \\ xy = -14; \end{cases} & 5) \begin{cases} 3x - 2y = 9, \\ 4x^2 + 6y = 7; \end{cases} \\ 3) \begin{cases} x - 5y = 3, \\ x^2 - 2xy - y^2 = -1; \end{cases} & 6) \begin{cases} 6x + y = 5, \\ (x - 3)(y + 5) = 2. \end{cases} \end{array}$$

130. Не виконуючи побудови, знайдіть координати точок перетину:

1) прямої $y = 1 - 5x$ і параболи $y = x^2 + x - 6$;

2) прямої $x - y - 5 = 0$ і кола $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 13$;

3) прямої $y = -3x + 10$ і кола $x^2 + y^2 = 10$;

4) парабол $y = 4x^2 + 4x + 1$ і $y = -2x^2 - 4x - 3$.

131. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 49, \\ x - y = 3; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 5x^2 + 3y^2 = 18, \\ 5x^2 - 3y^2 = 12; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 4x^2 - 4xy + y^2 = 9, \\ 3x^2 + 2xy - y^2 = 36; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 4xy - y = -40, \\ 5x - 4xy = 27; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 - xy = -8, \\ y^2 - xy = 24; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x^2 + 25y^2 = 29, \\ xy = 2. \end{cases}$$

132. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} 2x^2 + y^2 = 54, \\ xy = -10; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{15}{4}, \\ 2x - 5y = 9; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x - y + xy = -4, \\ xy(x - y) = -21; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{5}{3x - 2y} + \frac{2}{2x + y} = 21, \\ \frac{9}{3x - 2y} + \frac{8}{2x + y} = 40; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^3 - y^3 = 26, \\ x^2 + xy + y^2 = 13; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \frac{2x + y}{x - 2y} + \frac{2(x - 2y)}{2x + y} = 3, \\ x^2 + 3xy - y^2 = 25. \end{cases}$$

133. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} x^2 + 3xy - 10y^2 = 0, \\ x^2 + 2xy - y^2 = 28; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x^2 + xy - 3y^2 = 3, \\ x^2 - 4xy - 3y^2 = 9. \end{cases}$$

134. Скільки розв'язків залежно від значення a має система рівнянь:

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = x - a; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ ||y| = 5? \end{cases}$$

Система двох рівнянь із двома змінними
як математична модель прикладної задачі

135. Для перевезення 15 т вантажу замість автомобіля певної вантажопідйомності взяли інший автомобіль, вантажо-

підйомність якого на 2 т більша, ніж першого. Тому для перевезення вантажу знадобилося зробити на 2 рейси менше, ніж планувалося. Яка вантажопідйомність автомобіля, який перевіз вантаж?

136. Два поїзди вирушили одночасно від станцій *A* і *B* назустріч один одному, і після зустрічі кожний продовжив рух у початковому напрямі. Перший із них, швидкість якого на 10 км/год менша від швидкості другого, прибув на станцію *B* через 3 год 36 хв після зустрічі, а другий на станцію *A* — через 2 год 30 хв після зустрічі. Знайдіть швидкість, з якою рухався кожний поїзд. Через який час після початку руху відбулася зустріч?
137. Із двох сіл, відстань між якими дорівнює 50 км, виїхали одночасно назустріч один одному два велосипедисти й зустрілися через 2 год. Знайдіть швидкість кожного велосипедиста, якщо один із них витратив на шлях між селами на 1 год 40 хв менше, ніж другий.
138. Від пристані *A* в напрямі пристані *B*, відстань між якими дорівнює 90 км, вирушили одночасно два катери. Перший катер прибув на пристань *B* на 1 год 15 хв раніше від другого. Знайдіть швидкість кожного катера, якщо другий катер за 3 год проходить на 30 км більше, ніж перший за 1 год, і швидкість кожного катера не перевищує 30 км/год.
139. Теплохід проходить 60 км проти течії річки і 54 км у стоячій воді за 4 год 30 хв. Щоб пройти 162 км у стоячій воді, теплоходу потрібно на 3 год більше, ніж на проходження 72 км проти течії цієї річки. Знайдіть власну швидкість теплохода та швидкість течії річки.
140. Із двох міст, відстань між якими дорівнює 240 км, вирушили назустріч один одному два автомобілі та зустрілися на середині шляху, причому один із них виїхав на 1 год раніше від другого. Якби автомобілі виїхали одночасно,

то вони зустрілися б через 2 год 24 хв. Знайдіть швидкість кожного автомобіля.

141. Дві бригади, працюючи одночасно, можуть відремонтувати дорогу за 6 год. Якщо ж спочатку перша бригада самостійно відремонтує $\frac{3}{5}$ дороги, а потім друга — решту дороги, то весь ремонт буде виконано за 12 год. За скільки годин може відремонтувати дорогу кожна бригада, працюючи самостійно?
142. Якщо відкрити одночасно дві труби, то басейн буде наповнено водою за 7 год 12 хв. Коли спочатку відкрили на 8 год першу трубу, а потім відкрили другу, то басейн було наповнено через 4 год після відкриття другої труби. За скільки годин можна наповнити басейн через кожену трубу окремо?
143. Із міста A в місто B , відстань між якими дорівнює 300 км, виїхала вантажівка зі швидкістю 40 км/год. Через 1 год після цього з міста A в місто B виїхав легковий автомобіль, який наздогнав вантажівку, і водієві вантажівки було передано розпорядження повернутися в місто A . Після цього легковий автомобіль продовжив рухатися з тією самою швидкістю і прибув у місто B одночасно з поверненням вантажівки в місто A . Знайдіть швидкість легкового автомобіля.
144. Із міст A і B , відстань між якими дорівнює 280 км, виїхали одночасно назустріч один одному два автомобілі. Перший автомобіль приїхав у місто B через 1 год 30 хв після зустрічі, а другий у місто A — через 2 год 40 хв після зустрічі. З якою швидкістю рухався кожний автомобіль і через який час після початку руху відбулася їхня зустріч?
145. Одночасно з одного села в одному напрямі виїхали два велосипедисти: перший зі швидкістю 12 км/год, а другий — 15 км/год. Через 4 год із цього села в тому самому

напрямі виїхав автомобіль. Знайдіть швидкість автомобіля, якщо відомо, що він наздогнав другого велосипедиста через 20 хв після того, як наздогнав першого.

146. По двом колам рівних діаметрів рівномірно рухаються дві точки. Одна з них здійснює повний оберт на 2,5 с швидше, ніж друга, і тому встигає зробити за 1 хв на 4 оберти більше. Скільки обертів щохвилини робить кожна точка?
147. Щоб перемістити вантаж із точки A в точку B , його спочатку піднімають по похилій поверхні, а потім опускають також по похилій поверхні, причому підйом відбувається зі швидкістю на 2 м/с більшою, ніж спуск. Довжина шляху, який проходить вантаж із точки A в точку B , дорівнює 120 м, і триває це переміщення 14 с. Якби вантаж переміщали з точки B у точку A , то переміщення тривало б 13 с. Знайдіть швидкість підйому та швидкість спуску вантажу.
148. Із міст M і N одночасно назустріч один одному вирушили два автомобілі. Перший автомобіль прибув до міста N через 48 хв після зустрічі, а другий до міста M — через 1 год 15 хв після зустрічі. За який час кожний автомобіль проїде відстань між містами M і N ?
149. Скільки кілограмів 30-відсоткового та скільки кілограмів 40-відсоткового сплавів міді треба взяти, щоб отримати 50 кг 36-відсоткового сплаву?

Числові послідовності

150. Запишіть п'ять перших членів послідовності:

- 1) двоцифрових чисел, кратних числу 5, узятих у порядку спадання;
- 2) неправильних звичайних дробів із чисельником 18, узятих у порядку зростання;
- 3) натуральних чисел, які дають при діленні на 3 остачу 2, узятих у порядку зростання.

151. Знайдіть чотири перших члени послідовності (a_n) , заданої формулою n -го члена:

$$1) a_n = n - 4; \quad 2) a_n = 3 - 2n; \quad 3) a_n = \frac{n-1}{n^2}; \quad 4) a_n = \frac{n^3}{3^n}.$$

152. Знайдіть третій, п'ятий і сотий члени послідовності (b_n) , заданої формулою n -го члена:

$$1) b_n = \frac{6}{n+1}; \quad 3) b_n = 6n - n^2;$$
$$2) b_n = 0,1n + 0,3; \quad 4) b_n = (-1)^n + (-1)^{n+2}.$$

153. Послідовність (c_n) задано формулою n -го члена

$$c_n = \frac{1}{2}n - 4. \text{ Знайдіть: } 1) c_1; \quad 2) c_8; \quad 3) c_{300}; \quad 4) c_{k+1}.$$

154. Послідовність (x_n) задано формулою n -го члена

$$x_n = \frac{(-1)^{n+2}}{5}. \text{ Знайдіть: } 1) x_1; \quad 2) x_{10}; \quad 3) x_{2k}; \quad 4) x_{2k-1}.$$

155. Знайдіть чотири перших члени послідовності (a_n) , якщо:

$$1) a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n - 3;$$
$$2) a_1 = 27, \quad a_{n+1} = \frac{81}{a_n};$$
$$3) a_1 = 0,1, \quad a_2 = -0,1, \quad a_{n+2} = 3a_n + a_{n+1};$$
$$4) a_1 = a_2 = 1, \quad a_{n+2} = a_n + a_{n+1}^2.$$

156. Послідовність (y_n) задано формулою n -го члена

$$y_n = 3 - 5n. \text{ Чи є членом цієї послідовності число: } 1) 23;$$
$$2) -247? \text{ У разі ствердної відповіді вкажіть номер цього члена.}$$

157. Знайдіть кількість від'ємних членів послідовності (z_n) ,

$$\text{заданої формулою } n\text{-го члена } z_n = 8n - 43.$$

158. Підберіть одну з можливих формул n -го члена послідовності, першими членами якої є числа:

$$1) 1, 9, 25, 49, 81, \dots;$$

2) $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \dots;$

3) $1, -2, 3, -4, 5, \dots;$

4) $0, 1, 0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{3}, 0, \frac{1}{4}, \dots$

Арифметична прогресія

159. Знайдіть чотири перших члени арифметичної прогресії (a_n) , перший член якої $a_1 = -1,2$, а різниця $d = 0,3$.

160. Перший член арифметичної прогресії $a_1 = -4$, а різниця $d = 0,8$. Знайдіть: 1) a_4 ; 2) a_{21} ; 3) a_{36} .

161. Знайдіть різницю та двісті перший член арифметичної прогресії $5,4; 4,8; 4,2; \dots$.

162. Знайдіть різницю арифметичної прогресії (c_n) , якщо:

1) $c_1 = 6, c_9 = 38;$

2) $c_4 = 40, c_{15} = 12.$

163. Знайдіть перший член арифметичної прогресії (a_n) , різниця якої дорівнює d , якщо:

1) $a_{10} = 19, d = 5;$

2) $a_3 = 16, a_8 = 15.$

164. Знайдіть формулу n -го члена арифметичної прогресії:

1) $1, 4, 7, 10, \dots;$

3) $5a^3, 7a^3, 9a^3, 11a^3, \dots;$

2) $3, 2\frac{3}{4}, 2\frac{1}{2}, 2\frac{1}{4}, \dots;$

4) $a-1, a-3, a-5, a-7, \dots$

165. Знайдіть номер члена арифметичної прогресії (x_n) , який дорівнює $-2,6$, якщо $x_1 = 8,2$, а різниця прогресії $d = -0,3$.

166. Чи є число $18,5$ членом арифметичної прогресії (y_n) , якщо $y_1 = 12$, а різниця прогресії $d = 2,5$? У разі ствердної відповіді вкажіть номер цього члена.

167. Дано арифметичну прогресію $-3,6; -3,3; -3; \dots$. Знайдіть номер першого додатного члена прогресії.

168. Знайдіть кількість від'ємних членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -20$, а різниця прогресії $d = 1,8$.

169. Між числами -3 і 11 вставте шість таких чисел, щоб вони разом із даними числами утворили арифметичну прогресію.

170. Знайдіть перший член і різницю арифметичної прогресії (a_n) , якщо:

1) $a_5 + a_{13} = 38$ і $a_4 + a_8 = 29$;

2) $a_4 + a_{10} = 16$ і $a_2 \cdot a_6 = -12$.

171. Чи є арифметичною прогресією послідовність (a_n) , задана формулою n -го члена:

1) $a_n = 7 - 3n$;

3) $a_n = 0,8n$;

5) $a_n = \frac{n-1}{n+1}$;

2) $a_n = 2n^2 + 1$;

4) $a_n = 0,64n + 23$;

6) $a_n = \frac{4n-3}{5}$?

У разі ствердної відповіді вкажіть перший член і різницю прогресії.

172. В арифметичній прогресії кожний член прогресії помножили на 3. Чи буде отримана послідовність арифметичною прогресією?

173. При якому значенні a значення виразів $a^2 - 4a$, $2a - 5$ і $a - 4$ будуть послідовними членами арифметичної прогресії? Знайдіть члени цієї прогресії.

174. При якому значенні b значення виразів $3b + 1$, $4b - 1$, $b^2 + b$ і $b^2 + b + 1$ будуть послідовними членами арифметичної прогресії? Знайдіть члени цієї прогресії.

Сума n перших членів арифметичної прогресії

175. Знайдіть суму вісімнадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 3,8$, а різниця прогресії $d = -1,4$.

176. Знайдіть суму двадцяти п'яти перших членів арифметичної прогресії $-10, -7, -4, \dots$.

177. Арифметичну прогресію (a_n) задано формулою n -го члена $a_n = -2n + 1$. Знайдіть суму тридцяти восьми перших членів прогресії.

190. Знайдіть суму членів арифметичної прогресії (b_n) з дев'ятого по двадцять третій включно, якщо $b_1 = 9$ і $b_{17} = 65$.
191. Знайдіть перший член і різницю арифметичної прогресії, якщо сума шести перших її членів дорівнює -51 , а сума чотирнадцяти перших членів дорівнює 49 .
192. Розв'яжіть рівняння:
- 1) $11 + 17 + 23 + \dots + (6n + 5) = 528$, де n — натуральне число;
 - 2) $2 + 5 + 8 + \dots + x = 126$, де x — натуральне число.

Геометрична прогресія

193. Знайдіть чотири перших члени геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_1 = 20$, а знаменник $q = 0,2$.
194. Перший член геометричної прогресії $b_1 = -\frac{1}{27}$, а знаменник $q = -3$. Знайдіть: 1) b_4 ; 2) b_8 .
195. Знайдіть знаменник і шостий член геометричної прогресії $72, 12, 2, \dots$.
196. Знайдіть знаменник геометричної прогресії (b_n) , якщо:
- 1) $b_1 = 0,0001, b_8 = -1000$;
 - 2) $b_4 = 4, b_6 = 8$.
197. Знайдіть перший член геометричної прогресії (y_n) , знаменник якої дорівнює q , якщо:
- 1) $y_5 = \frac{3}{4}, q = -\frac{1}{4}$;
 - 2) $y_3 = 4, y_6 = 500$.
198. Число 162 є членом геометричної прогресії $\frac{2}{9}, \frac{2}{3}, 2, \dots$.
Знайдіть номер цього члена.
199. Послідовність (b_n) задано формулою n -го члена $b_n = \frac{4^{n+2}}{5}$.
Чи є ця послідовність геометричною прогресією? У разі ствердної відповіді вкажіть її перший член і знаменник.

- 200.** Знайдіть перший член і знаменник геометричної прогресії (b_n) , якщо:
- 1) $b_8 = 25b_6$ і $b_2 + b_4 = -520$;
 - 2) $b_5 - b_2 = -54$ і $b_3 + b_4 + b_5 = -36$.
- 201.** Які три числа треба вставити між числами 81 і 625, щоб вони разом із даними числами утворили геометричну прогресію?
- 202.** При якому значенні x значення виразів $3x - 13$, $x - 3$ і $x - 5$ будуть послідовними членами геометричної прогресії? Знайдіть члени цієї прогресії.
- 203.** Сума трьох чисел, які утворюють арифметичну прогресію, дорівнює 15. Якщо до цих чисел додати відповідно 1, 1 і 4, то утвориться геометрична прогресія. Знайдіть дані числа.
- 204.** Вкладник поклав у банк 48 000 грн під 5% річних. Скільки грошей буде на його рахунку через 2 роки?
- 205.** У 2010 році в деякому місті проживало 60 000 жителів, а у 2012 році — 66 150 жителів. На скільки відсотків щорічно збільшувалося населення цього міста?

Сума n перших членів геометричної прогресії

- 206.** Знайдіть суму чотирьох перших членів геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_1 = 625$, а знаменник $q = \frac{1}{5}$.
- 207.** Знайдіть суму шести перших членів геометричної прогресії 16, 24, 36,
- 208.** Знайдіть суму чотирьох перших членів геометричної прогресії (b_n) зі знаменником q , якщо:
- 1) $b_6 = 4$, $q = 2$;
 - 2) $b_1 = \sqrt{3}$, $b_5 = 9\sqrt{3}$, $q > 0$;
 - 3) $b_3 = 36$, $b_6 = \frac{1}{6}$.
- 209.** Геометричну прогресію (b_n) задано формулою n -го члена $b_n = 0,4 \cdot 3^{n-1}$. Знайдіть суму п'яти перших її членів.

210. Знайдіть перший член геометричної прогресії, якщо її знаменник дорівнює $\frac{1}{4}$, а сума чотирьох перших членів дорівнює 765.
211. Знайдіть кількість членів скінченної геометричної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = -8$, знаменник $q = 3$, а сума всіх членів $S_n = -2912$.
212. Різниця четвертого й другого членів геометричної прогресії дорівнює 30, а різниця четвертого й третього членів дорівнює 24. Знайдіть суму п'яти перших членів прогресії.
213. Знайдіть перший член, знаменник і кількість членів скінченної геометричної прогресії (z_n) , якщо $z_5 - z_1 = 9$, $z_3 + z_1 = 3$, а сума всіх членів $S_n = 153$.

Випадкова подія. Ймовірність випадкової події*

214. У коробці лежать 9 синіх і 18 зелених куль. Яка ймовірність того, що вибрана навмання куля виявиться:
1) синьою; 2) зеленою?
215. У лотереї розігрується 12 грошових призів по 10 000 грн, 25 призів по 5000 грн, 45 призів по 1000 грн: Усього випущено 6000 лотерейних білетів. Яка ймовірність, купивши один білет:
1) виграти 1000 грн;
2) виграти який-небудь приз;
3) не виграти жодного призу?
216. Гральний кубик кинули один раз. Яка ймовірність того, що випаде число, кратне 3?
217. Із натуральних чисел від 1 до 20 включно учень навмання називає одно. Яка ймовірність того, що це число є дільником числа 20?

* Матеріал, не обов'язковий для вивчення

218. Яка ймовірність того, що навмання вибране двоцифрове число ділиться націло на 14?
219. У коробці лежать 6 червоних і 5 чорних куль. Яку найменшу кількість куль треба вийняти навмання, щоб ймовірність того, що серед них виявиться хоча б одна червона куля, дорівнювала 1?
220. Чотири картки пронумеровано числами 1, 2, 3 і 4. Яка ймовірність того, що сума номерів двох навмання вибраних карток дорівнюватиме парному числу?
221. У коробці лежать білі та чорні кулі. Скільки білих куль у коробці, якщо ймовірність вийняти з неї навмання білу кулю дорівнює $\frac{2}{5}$, а чорних куль у коробці 27?

Початкові відомості про статистику*

222. Дано 35 чисел, із них число 8 трапляється 17 разів, число 13 трапляється 4 рази та число 18 — 14 разів. Знайдіть середнє арифметичне цих 35 чисел.
223. Знайдіть міри центральної тенденції вибірки:
- 1) 7, 9, 9, 12, 15, 15, 16, 21, 22, 24;
 - 2) 2,3; 2,8; 3,2; 3,8; 4,1; 4,3; 5,4.
224. У таблиці наведено розподіл за віком відпочиваючих протягом одного з літніх місяців у молодіжному спортивному таборі:

Вік у роках	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Кількість відпочиваючих	12	21	20	32	20	20	19	24	15	7

Знайдіть відносну частоту кожного значення та міри центральної тенденції вибірки.

* Матеріал, не обов'язковий для вивчення

225. У 24 легкових автомобілів замірили витрати палива на 100 км і склали ряд даних:

8	10	7,5	9	8	8,5
9	8,5	9	10	7,5	9
7,5	9	10	7,5	8,5	8
9	8	7,5	8,5	10	7,5

Складіть частотну таблицю та побудуйте відповідну гістограму. Визначте частоту та відносну частоту кожного її значення.

Варіант 3

Числові нерівності

- Порівняйте числа m і n , якщо:
 - $m - n = -2$;
 - $n - m = 0,8$;
 - $m = n + 0,7$;
 - $n = m - 10$.
- Точка $M(m)$ розташована на координатній прямій ліворуч точки $K(1)$. Яке з тверджень є правильним:
 - $m > 1$;
 - $m = 1$;
 - $m < 1$;
 - числа m і 1 порівняти неможливо?
- Доведіть нерівність:
 - $(a - 6)(a + 4) < (a + 2)(a - 4)$;
 - $(a - 4)^2 - 3 > (a - 6)(a - 2)$;
 - $(3a - 2)(2a + 4) - (2a - 3)^2 \geq 4(5a - 4) - 1$.
- Доведіть нерівність:
 - $a^2 - 10a + 26 > 0$;
 - $6y - 9y^2 - 2 < 0$;
 - $a(a - 2) > 6(a - 3)$;
 - $x^2 - 4x + y^2 + 2y + 5 \geq 0$;
 - $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2y + 2 > 0$;
 - $\frac{a^2 + 3}{\sqrt{a^2 + 2}} \geq 2$.
- Доведіть, що:
 - $a^3 - b^3 \geq ab(b - a)$, якщо $a \geq b$;
 - $m^3 - 2m^2 + m - 2 \geq 0$, якщо $m \geq 2$.
- Доведіть, що:
 - $(a + 2b)\left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$, якщо $a > 0$ і $b > 0$;
 - $(a + 2)(b + 8)(c + 4) \geq 64\sqrt{abc}$, якщо $a \geq 0$, $b \geq 0$, $c \geq 0$.

Основні властивості числових нерівностей

- Відомо, що $m > n$. Порівняйте:
 - $m + 3$ і $n + 3$;
 - $2,3m$ і $2,3n$;
 - $-70m$ і $-70n$;
 - $m - 4$ і $n - 4$;
 - $-n$ і $-m$;
 - $-\frac{m}{15}$ і $-\frac{n}{15}$.

8. Відомо, що $a > b$. Порівняйте:

- | | |
|--------------------|------------------------|
| 1) $a + 1$ і b ; | 3) $a + 2$ і $b - 3$; |
| 2) a і $b - 4$; | 4) $a - 3$ і $b - 2$. |

9. Порівняйте числа a і 0 , якщо:

- | | | | |
|----------------|-----------------------------------|-----------------|--------------------------------------|
| 1) $3a > 6a$; | 2) $\frac{a}{7} > \frac{a}{12}$; | 3) $-2a > 5a$; | 4) $-\frac{a}{10} > -\frac{a}{20}$. |
|----------------|-----------------------------------|-----------------|--------------------------------------|

10. Дано: $a < 0$ і $b > 0$. Порівняйте:

- | | |
|---------------------|-----------------------------------------|
| 1) $a - b$ і 0 ; | 3) $3a - 2b$ і b ; |
| 2) $b - a$ і $-b$; | 4) $\frac{1}{a - 5b}$ і $\frac{1}{b}$. |

**Додавання і множення числових нерівностей.
Оцінювання значення виразу**

11. Чи є правильним твердження:

- 1) якщо $a > 4$ і $b > 8$, то $a + b > 12$;
- 2) якщо $a > 4$ і $b > 8$, то $a + b > 11$;
- 3) якщо $a > 4$ і $b > 8$, то $a + b > 13$;
- 4) якщо $a > 4$ і $b > 8$, то $ab > 32$;
- 5) якщо $a > 4$ і $b > 8$, то $a - b > -4$;
- 6) якщо $a > 4$ і $b > 8$, то $ab > 30$;
- 7) якщо $a > 4$ і $b > 8$, то $2a + 3b > 32$;
- 8) якщо $a > 4$ і $b < 8$, то $a - b > -4$;
- 9) якщо $a < 4$ і $b < 8$, то $ab < 32$;
- 10) якщо $0 < a < 4$ і $0 < b < 8$, то $ab < 32$;
- 11) якщо $a > 4$, то $a^2 > 16$;
- 12) якщо $a < 4$, то $a^2 < 16$;
- 13) якщо $a > 4$, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{4}$;
- 14) якщо $a < 4$, то $\frac{1}{a} > \frac{1}{4}$?

12. Дано: $-3 < a < 2$. Оцініть значення виразу:

- | | | | |
|--------------------|---------------|---------------------|---------------|
| 1) $3a$; | 3) $a + 10$; | 5) $-5a$; | 7) $3a - 1$; |
| 2) $\frac{a}{2}$; | 4) $a - 2$; | 6) $-\frac{a}{3}$; | 8) $3 - 4a$. |

13. Відомо, що $3,14 < \pi < 3,15$. Оцініть значення виразу:

1) 2π ; 2) -3π ; 3) $4 - \pi$; 4) $\frac{\pi-3}{2}$.

14. Дано: $3 < a < 5$. Оцініть значення виразу $\frac{1}{a}$.

15. Дано: $2 < a < 5$ і $1 < b < 3$. Оцініть значення виразу:

1) $a + b$; 3) ab ; 5) $3a + 2b$; 7) $\frac{5a}{2b}$;

2) $b - a$; 4) $\frac{b}{a}$; 6) $4a - 3b$; 8) $\frac{0,4a - 0,2b}{0,7a - 0,3b}$.

16. Оцініть периметр рівнобічної трапеції з основами a см і b см та бічною стороною c см, якщо $9 < a < 12$, $10 < b < 14$, $2 < c < 4$.

17. Оцініть довжину кола та площу круга з радіусом r см, якщо $3 < r < 4$ (число π округліть до десятих).

Нерівності з однією змінною

18. Які з чисел -3 ; $-\frac{2}{3}$; 0 ; 4 ; $0,8$ є розв'язками нерівності:

1) $x > -0,8$; 3) $3x - 1 > 2x + 3$; 5) $\sqrt{x} > -2$;

2) $x \leq 4$; 4) $x^2 - 1 \leq 0$; 6) $\frac{1}{x} > 1$?

19. Якою є множина розв'язків нерівності:

1) $(x+4)^2 < 0$; 3) $(x+4)^2 > 0$; 5) $0x < 4$; 7) $0x < -4$;

2) $(x+4)^2 \leq 0$; 4) $(x+4)^2 \geq 0$; 6) $0x > 4$; 8) $0x > -4$?

20. Розв'яжіть нерівність:

1) $-\frac{1}{(x+3)^2} - 2 < 0$;

5) $\frac{x-3}{3-x} \leq \frac{1}{6}$;

2) $\frac{x-3}{3-x} < 0$;

6) $\left(\frac{x-4}{x-5}\right)^2 \geq 0$;

3) $\frac{x-3}{x-3} \geq 0$;

7) $\left(\frac{x-4}{x-5}\right)^2 > 0$;

4) $\frac{x-3}{x-3} \geq 1$;

8) $x + \frac{1}{x+1} > \frac{1}{x+1} - 3$.

Розв'язування лінійних нерівностей з однією змінною.

Числові проміжки

21. Зобразіть на координатній прямій проміжок:

1) $[-2; +\infty)$; 2) $(-2; +\infty)$; 3) $(-\infty; -2)$; 4) $(-\infty; -2]$.

22. Зобразіть на координатній прямій та запишіть проміжок, який задано нерівністю:

1) $x < 4$; 2) $x > -3$; 3) $x \leq -1$; 4) $x \geq 2$.

23. Укажіть найменше ціле число, яке належить проміжку:

1) $(-12,8; +\infty)$; 2) $[7; +\infty)$.

24. Розв'яжіть нерівність:

1) $2x > -6$; 5) $8,7x \geq 0$; 9) $5x + 8 \leq 2 - 3x$;

2) $-5x \leq 20$; 6) $-3x \geq 0$; 10) $5 - 4x \geq 3x + 8$;

3) $-\frac{2}{3}x > -4$; 7) $2\frac{2}{3}x > \frac{9}{16}$; 11) $2,3x - 0,8 < 1 - 0,4x$;

4) $-0,2x \leq 2$; 8) $3x + 1 > 4x - 6$; 12) $\frac{2}{3}x + 12 > -\frac{1}{6}x + 9$.

25. Розв'яжіть нерівність:

1) $9 - 7(x + 3) \geq 5 - 6x$;

2) $0,4(6 - 4x) < 0,5(7 - 3x) - 1,9$;

3) $\frac{3}{4}\left(\frac{1}{6}y - \frac{1}{3}\right) > 3x - 11\frac{1}{2}$;

4) $3x(x + 1) - 2x(5x + 3) < 7x(2 - x) + 4$;

5) $\frac{x - 3}{4} + \frac{x}{3} \geq 2$;

6) $\frac{x + 3}{2} - \frac{x - 4}{7} < 1$;

7) $\frac{5x - 2}{3} + \frac{2x - 1}{5} \leq \frac{4 - x}{4}$;

8) $8(x^2 - 1) - 3x(x + 2) > 5x^2 - 6x - 5$;

9) $(4x + 5)^2 + (3 - 2x)(8x + 1) > 7$;

10) $(x + 2)(6 - 2x) < 14 - 2(x - 2)^2$.

26. Знайдіть найменший цілий розв'язок нерівності:

1) $5(x-4) > x+8$;

3) $2x(3x-4) - 3x(2x+5) < 7$;

2) $3,6 + 5y \geq 7(1,2 - y)$;

4) $(x+7)^2 - (x-2)^2 \geq -15$.

27. Розв'яжіть нерівність:

1) $5x - 2 > 3(3x - 1) - 4x$;

2) $2(1,3x - 4) - 5(1 - 3,2x) \geq 3(6,2x - 4) - 1$;

3) $(2x + 3)^2 - x(2x - 1) \geq 2x(x + 6) + 10 + x$;

4) $-3x(x + 2) + (x + 2)(4 - x) < 9 - (2x + 1)^2$.

28. При яких значеннях x має зміст вираз:

1) $\sqrt{5x-3}$;

3) $\frac{5}{\sqrt{2-3x}}$;

5) $\sqrt{7x-9} - \frac{3}{x^2-16}$;

2) $\sqrt{1-4x}$;

4) $\sqrt{x-3} + \frac{2}{x-7}$;

6) $\frac{3}{\sqrt{4x+20}} + \frac{1}{|x|-3}$?

29. При яких значеннях a можна розкласти на лінійні множники квадратний тричлен:

1) $-2x^2 - 3x + a$;

2) $ax^2 - x + 2$?

30. У лісу ростуть дуби, берези та клени, кількості яких відносяться як $3 : 5 : 4$ відповідно. Якою може бути найбільша кількість дубів, якщо всього дерев не більше за 1000?

31. Сторони трикутника дорівнюють 9 см, 12 см і y см, де y — натуральне число. Якого найбільшого значення може набувати y ?

32. Сума трьох послідовних парних натуральних чисел не перевищує 98. Знайдіть найбільше значення, якого може набувати друге число із цієї трійки чисел.

33. Розв'яжіть рівняння:

1) $|x-4| + x = 3$;

3) $|x+2| - x = 3$;

2) $|4x-3| - x = -1$;

4) $|x-5| + x = 7$.

34. Побудуйте графік функції:

1) $y = |x-5|$;

2) $y = |x+4| - 3$;

3) $y = |x+5| - 2x$.

35. При яких значеннях b має додатний корінь рівняння:

1) $4x + 5 = 3b$;

2) $(b+5)x = 2$?

36. При яких значеннях b має єдиний від'ємний корінь рівняння:

1) $(b+4)x = b^2 - 16$; 2) $(3b^2 - 8b)x = b$?

37. При яких значеннях a не має коренів рівняння:

1) $x^2 - 8x - 3a = 0$;

2) $(a+2)x^2 - 2(a-4)x + a+1 = 0$;

3) $(a+1)x^2 - (2a+5)x + a+3 = 0$;

4) $x^2 - 2ax + 2a^2 - 2a + 1 = 0$?

38. Для кожного значення a розв'яжіть нерівність:

1) $(a-1)x > 0$; 4) $(a-1)^2 x \leq 0$; 7) $(a-4)x > a^2 - 16$;

2) $(a-1)x < 2$; 5) $a - 2x < 1 + ax$; 8) $(a+4)x \leq a^2 - 16$.

3) $(a-1)x \geq a-1$; 6) $2(a-2x) < 8 - ax$;

Системи лінійних нерівностей з однією змінною

39. Серед чисел -3 ; $2,5$; 6 укажіть розв'язки системи нерівностей:

1) $\begin{cases} x > -5, \\ x < 9; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x - 5 > 2x + 7, \\ 5x - 1 > 3 - x. \end{cases}$

40. Зобразіть на координатній прямій проміжок:

1) $(-2; 1)$; 2) $[-2; 1]$; 3) $[-2; 1)$; 4) $(-2; 1]$.

41. Зобразіть на координатній прямій і запишіть проміжок, який задано нерівністю:

1) $-3 < x < 4$; 3) $-2,5 \leq x < 3,8$;

2) $-\frac{2}{3} \leq x \leq 2\frac{1}{4}$; 4) $-1,5 < x \leq 2,3$.

42. Запишіть усі цілі числа, які належать проміжку:

1) $(2; 4]$; 2) $[-5,4; -0,2)$; 3) $[-2,8; 2,7]$; 4) $(-2; 2)$.

43. Укажіть найбільше і найменше цілі числа, які належать проміжку:

1) $(-7; 3]$; 2) $[3; 8)$.

44. Зобразіть на координатній прямій і запишіть переріз проміжків:
- 1) $(0; 5)$ і $[-2; 3)$; 4) $(-\infty; -2,8)$ і $[-2,8; +\infty)$;
 2) $[3; 6]$ і $(3; 6)$; 5) $[6; +\infty)$ і $(6; +\infty)$;
 3) $(-\infty; 2)$ і $[0; +\infty)$; 6) $(3; +\infty)$ і $(3,1; +\infty)$.
45. Розв'яжіть систему нерівностей:
- 1) $\begin{cases} -3x > 9, \\ 4x < 1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} (x+1)(x+2) - (x-1)(x+1) < 4, \\ (x+6)(x-2) > x(x+2) - 13; \end{cases}$
 2) $\begin{cases} 7x - 3 \geq 2(x-6), \\ x + 5 \geq 3x - 11; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} \frac{3x+5}{4} < \frac{x+1}{2} + 1, \\ \frac{x-4}{2} > \frac{2-x}{3} - 1; \end{cases}$
 3) $\begin{cases} 0,2(x-4) \leq 0,3x + 2, \\ 3(x+1) > x + 5; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} (3x+1)^2 - 4x \geq (3x-1)(3x+1) + 6, \\ \frac{3x-1}{2} - \frac{x}{4} \leq 4 - x. \end{cases}$
46. Скільки цілих розв'язків має система нерівностей:
- 1) $\begin{cases} 5x - 13 < 2x + 7, \\ 4 - x > 6 - 3x; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \frac{7x+1}{2} + 3 \geq 4x, \\ (x+5)(x-3) \geq (x-1)(x-2) + 3; \end{cases}$
 2) $\begin{cases} 4x + 17 \geq x - 4, \\ 3x + 2 \geq 7x + 18; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 7x - 2 > x + 20, \\ 6x - 1 \leq 4x + 7? \end{cases}$
47. Знайдіть множину розв'язків системи нерівностей:
- 1) $\begin{cases} 3(x-2) > 2(x-1) + x - 6, \\ 0,3(x-1) \leq 2(x+1,2) + 0,7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3 - \frac{4x-5}{9} < 7x, \\ 2(3x+1) < 6(x-2) - 1. \end{cases}$
48. Розв'яжіть нерівність:
- 1) $-1 < x - 3 < 7$; 4) $3 < \frac{x}{5} - 2 < 3,2$;
 2) $-2,4 \leq 4x + 0,8 \leq 4$; 5) $2 < \frac{4x+3}{3} \leq 3$;
 3) $0,2 \leq 7 - 4x \leq 1,4$; 6) $2,5 < \frac{2-5x}{3} < 4,5$.
49. Скільки цілих розв'язків має нерівність:
- 1) $-5 \leq 3x - 2 \leq -2$; 2) $-9 \leq 6x - 7 \leq 4$?
50. При яких значеннях x значення функції $y = x(1 - \sqrt{2})$ належать проміжку $[4 - 4\sqrt{2}; 3 - 3\sqrt{2}]$?

51. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$1) \begin{cases} x < 7, \\ x > 5, \\ x < 6,3; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x - 5 > 11, \\ 4 - 5x < -2, \\ 3x - 2 > 5; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 0,3 - 2x \geq 1,5, \\ 3,5x - 4 < 10, \\ 2,6x + 7 < 1,1x + 1. \end{cases}$$

52. При яких значеннях змінної має зміст вираз:

$$1) \sqrt{5x-11} + \sqrt{2x-7}; \quad 3) \sqrt{3x-8} + \sqrt{1-x} ?$$

$$2) \sqrt{3x+5} + \frac{1}{\sqrt{8-5x}};$$

53. Розв'яжіть нерівність:

$$1) (x+6)(x-4) < 0; \quad 3) \frac{x-6}{x-12} < 0; \quad 5) \frac{3x-15}{x} \leq 0;$$

$$2) (x+3)(x+10) \geq 0; \quad 4) \frac{5x-2}{x+11} > 0; \quad 6) \frac{9x+6}{x-14} \geq 0.$$

54. Розв'яжіть нерівність:

$$1) |x| < 5; \quad 2) |x+1| \leq 3,1; \quad 3) |5x-4| \leq 3; \quad 4) |18-7x| < 4.$$

55. Розв'яжіть нерівність:

$$1) |x| > 2; \quad 2) |x+3| \geq 4,3; \quad 3) |0,6x+3| \geq 2; \quad 4) |13-5x| > 9.$$

56. Розв'яжіть рівняння:

$$1) |x| + |x-6| = 8; \quad 3) |x-1| - |x-7| = 8;$$

$$2) |x+2| + |x-5| = 7; \quad 4) |3x+1| - |x-4| = 2x-3.$$

57. Розв'яжіть нерівність:

$$1) |x+4| + 2x \geq 7; \quad 4) |x+4| + |x-2| > 6;$$

$$2) |x-3| - 2x < 9; \quad 5) |x+3,5| - |x-2,5| \leq 5;$$

$$3) |x+5| + |x-3| \leq 8; \quad 6) |4x+3| - |x-2| > 3.$$

58. Для кожного значення a розв'яжіть систему нерівностей:

$$1) \begin{cases} x > 5, \\ x < a; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x < -1, \\ x < -a. \end{cases}$$

59. При яких значеннях a корені рівняння $x^2 - (a+1)x - 2a^2 - a = 0$ менші від числа 5?

60. При яких значеннях a корені рівняння $x^2 - 4ax + 3a^2 + 2a - 1 = 0$ належать проміжку $[3; 10]$?

61. При яких значеннях a один із коренів рівняння $3x^2 - (7a + 2)x + 2a^2 + 4a = 0$ менший від 0, а другий — більший за 1?

Повторення та розширення відомостей про функцію

62. Функцію задано формулою $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 4x$. Знайдіть:

1) $f(-3)$; 2) $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

63. Дано функції $f(x) = x - \frac{2}{x}$ і $g(x) = 2x + 1$. Порівняйте:

1) $f(1)$ і $g(-1)$; 2) $f(2)$ і $g(0)$; 3) $f(-2)$ і $g(1)$.

64. Дано функцію $f(x) = \begin{cases} -2, & \text{якщо } x < -1, \\ x^2 - 3, & \text{якщо } -1 \leq x < 2, \\ 2x - 3, & \text{якщо } x \geq 2. \end{cases}$

Знайдіть: 1) $f(-1,001)$; 2) $f(-1)$; 3) $f(0)$; 4) $f(3)$.

65. При якому значенні x значення функції $g(x) = \frac{x^2 + 2}{x + 1}$ дорівнює 2?

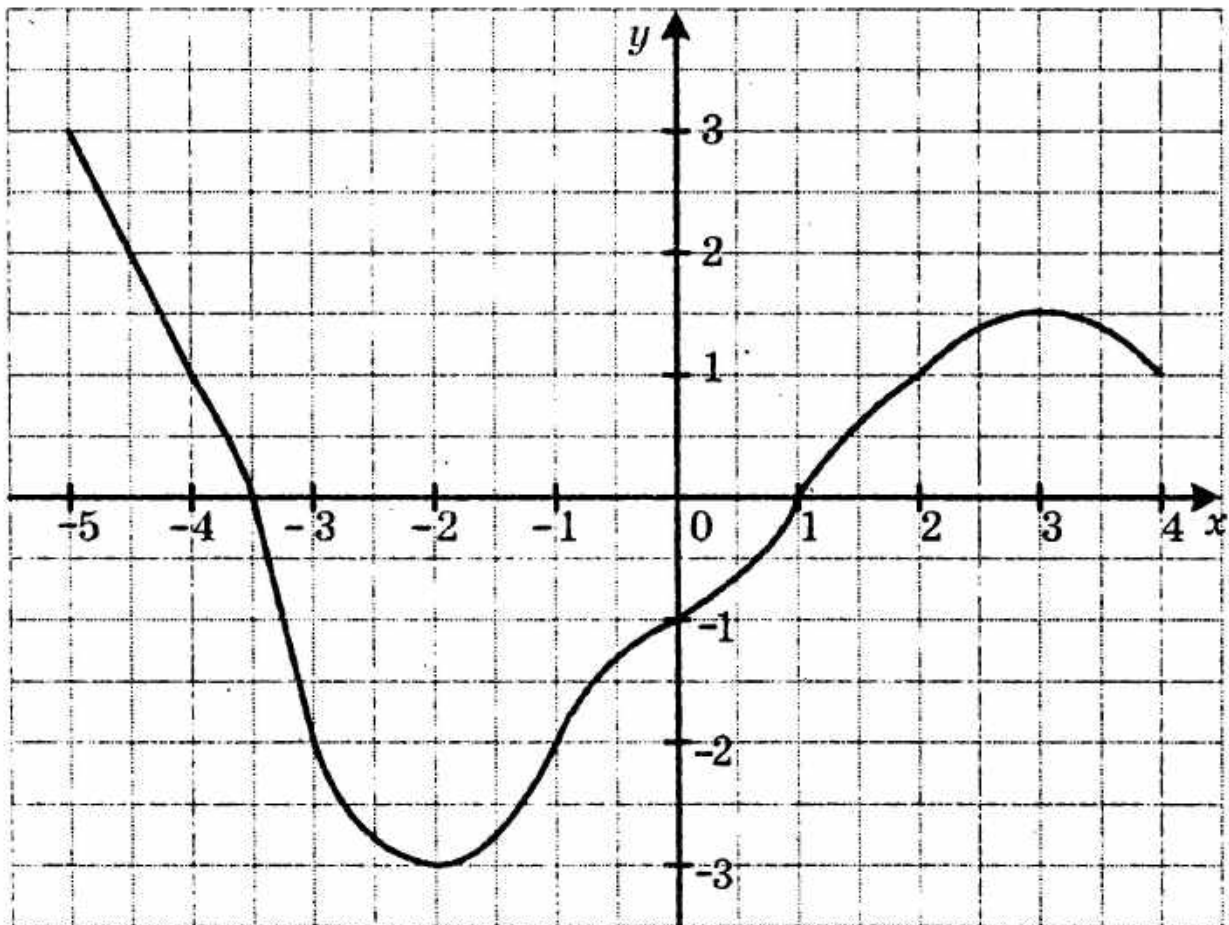


Рис. 9

66. На рисунку 9 зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-5; 4]$. Користуючись графіком, знайдіть:

1) $f(-4)$; $f(-3,5)$; $f(-1)$; $f(2)$; $f(3)$; $f(4)$;

2) значення x , при яких $f(x) = -2$; $f(x) = 2$; $f(x) = 1$; $f(x) = 0$;

3) область значень функції.

67. Знайдіть область визначення функції:

1) $f(x) = 3x + 5$;

10) $f(x) = \frac{x}{|x| - 2}$;

2) $f(x) = \frac{7}{x + 8}$;

11) $f(x) = \frac{x - 2}{|x| + 4}$;

3) $f(x) = \frac{x - 2}{3}$;

12) $f(x) = \frac{5}{x^2 - |x|}$;

4) $f(x) = \frac{3x + 6}{2x - 1}$;

13) $f(x) = \sqrt{x - 3} - \sqrt{6 - x}$;

5) $f(x) = \sqrt{5 - x}$;

14) $f(x) = \sqrt{x + 2} + \frac{x - 5}{2x + 1}$;

6) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x + 2}}$;

15) $f(x) = \sqrt{7 - x} - \sqrt{x - 7}$;

7) $f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 - 6}$;

16) $f(x) = \sqrt{x - 5} - \frac{3}{\sqrt{4 - x}}$;

8) $f(x) = \frac{3}{x^2 + 9}$;

17) $f(x) = \sqrt{x + 3} + \frac{x + 2}{x^2 - 9}$;

9) $f(x) = \frac{5x + 4}{4x^2 - x}$;

18) $f(x) = \frac{\sqrt{x - 1}}{\sqrt{x + 4}} - \frac{3x - 1}{x^2 - x - 6}$.

68. Знайдіть область значень функції:

1) $f(x) = \sqrt{x} + 2$;

5) $f(x) = |x| - 1$;

2) $f(x) = \sqrt{x} - 3$;

6) $f(x) = \sqrt{x^2 + 9} - 1$;

3) $f(x) = 4 - x^2$;

7) $f(x) = \sqrt{-|x + 1|}$;

4) $f(x) = x^2 + 1$;

8) $f(x) = \sqrt{x - 8} - \sqrt{8 - x}$;

69. Побудуйте графік функції:

1) $f(x) = 3 - \frac{1}{2}x$;

3) $f(x) = -3$;

2) $f(x) = -4x$;

4) $f(x) = \frac{12}{x}$.

70. Знайдіть, не виконуючи побудови, точки перетину з осями координат графіка функції:

$$1) f(x) = \frac{2}{5}x - 3;$$

$$3) \varphi(x) = x^2 - 3x + 2;$$

$$2) g(x) = \frac{3x-1}{x+2};$$

$$4) g(x) = \frac{x^2-5}{x^2+1}.$$

71. Побудуйте графік функції:

$$1) f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x}, & \text{якщо } x < -2, \\ \frac{x}{2} - 1, & \text{якщо } -2 \leq x < 4, \\ \frac{4}{x}, & \text{якщо } x \geq 4; \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} 1-x, & \text{якщо } x < -3, \\ x-1, & \text{якщо } -3 \leq x < 2, \\ -1, & \text{якщо } x \geq 2. \end{cases}$$

72. Знайдіть область визначення та побудуйте графік функції:

$$1) f(x) = \frac{x^2-9}{x+3};$$

$$3) f(x) = \frac{2x+6}{x^2+3x};$$

$$2) f(x) = \frac{x^2-2x+1}{x-1};$$

$$4) f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-4}.$$

Властивості функції

73. На рисунку 10 зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на множині дійсних чисел. Користуючись графіком, знайдіть:

1) нулі функції;

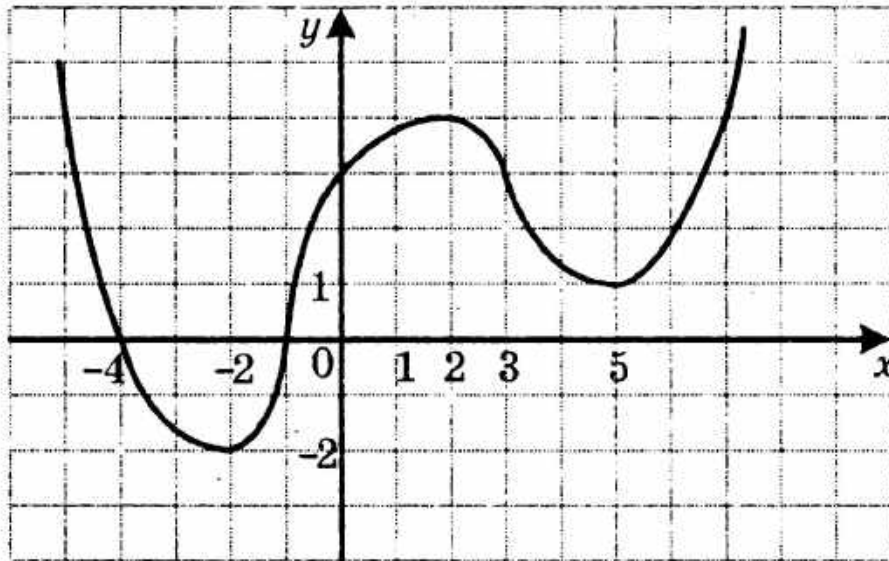
2) при яких значеннях аргументу значення функції є додатними;

3) проміжки зростання і проміжки спадання функції.

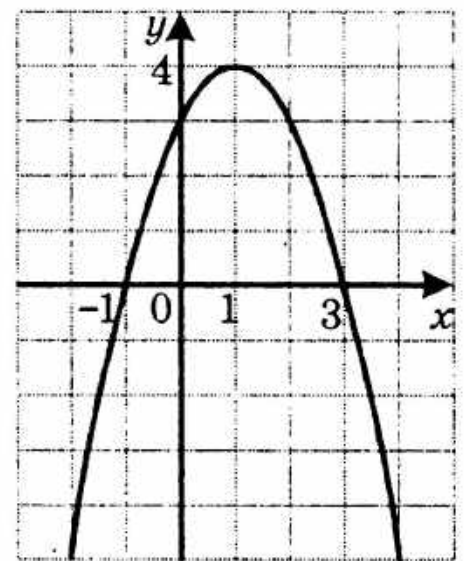
74. Які з лінійних функцій $y = 8x - 20$; $y = 0,03x + 5$; $y = 4,02x$; $y = -183x - 1$; $y = x + 5$ є:

1) зростаючими;

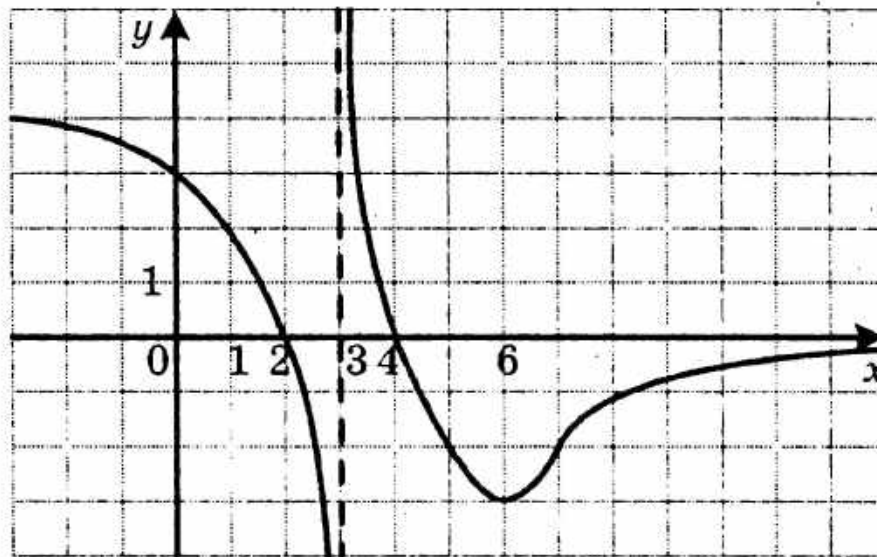
2) спадними?



а



б



в

Рис. 10

75. Знайдіть нулі функції:

1) $f(x) = 0,4x + 2;$

5) $f(x) = \sqrt{16 - x^2};$

2) $f(x) = 4x^2 - 5x + 1;$

6) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3};$

3) $f(x) = \sqrt{x+4};$

7) $f(x) = (x+1)\sqrt{x}.$

4) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1};$

76. Доведіть, що функція:

1) $f(x) = \frac{7}{x-5}$ спадає на проміжку $(5; +\infty)$;

2) $f(x) = x^2 + 6x$ зростає на проміжку $[-3; +\infty)$.

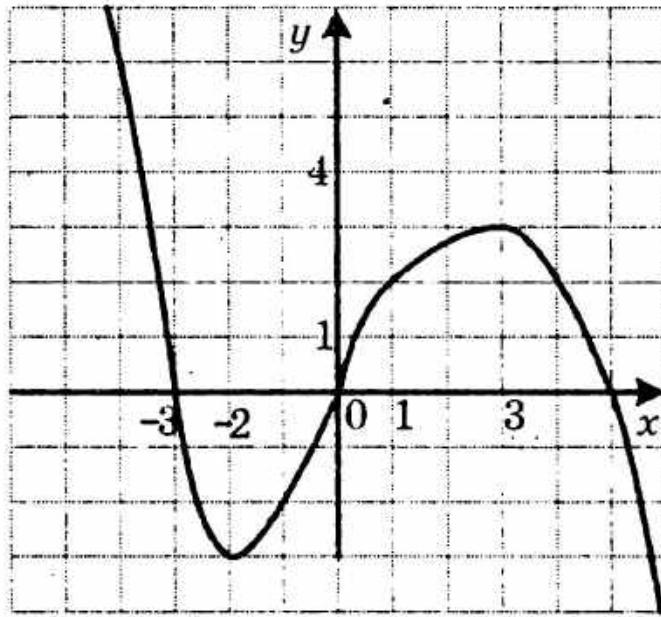


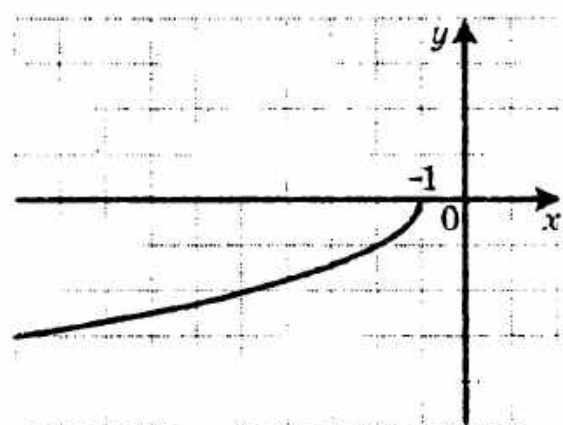
Рис. 11

**Як побудувати графік функції $y = kf(x)$,
якщо відомо графік функції $y = f(x)$**

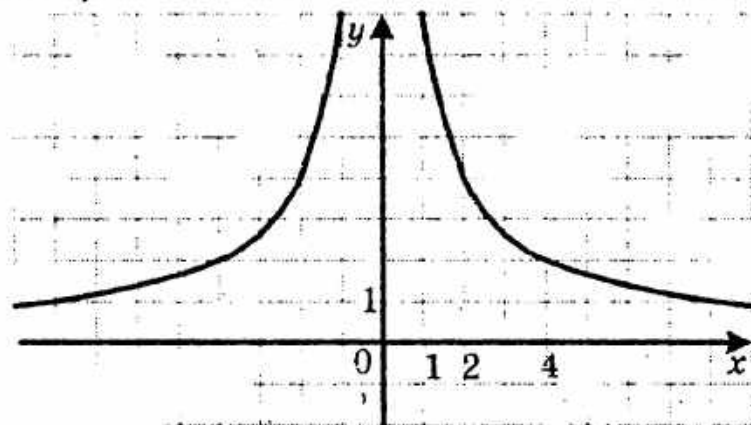
77. При яких значеннях a точка $C(a; 64)$ належить графіку функції $y = 4x^2$?
78. Відомо, що точка $F(-5; -15)$ належить графіку функції $y = ax^2$. Знайдіть значення a .
79. На рисунку 11 зображено графік функції $y = f(x)$. Побудуйте графік функції:
- 1) $y = \frac{1}{3}f(x)$; 2) $y = -f(x)$; 3) $y = -2f(x)$.
80. Побудуйте графік функції:
- 1) $y = -4x^2$; 2) $y = -\frac{1}{2}x^2$; 3) $y = 3x^2$.

**Як побудувати графіки функцій $y = f(x) + b$ і $y = f(x + a)$,
якщо відомо графік функції $y = f(x)$**

81. Якими є координати вершини параболи:
- 1) $y = x^2 + 12$; 2) $y = (x - 7)^2$; 3) $y = (x + 20)^2 + 1$?
82. На рисунку 12 зображено графік функції $y = f(x)$. Побудуйте графік функції:
- 1) $y = f(x) + 3$; 2) $y = f(x + 1)$; 3) $y = -1 - f(x)$.



а



б

Рис. 12

83. Побудуйте графік функції $y = x^2$. Використовуючи цей графік, побудуйте графік функції:

1) $y = x^2 - 1$; 2) $y = (x + 2)^2$; 3) $y = (x - 1)^2 + 1$.

84. Побудуйте графік функції $y = -x^2$. Використовуючи цей графік, побудуйте графік функції:

1) $y = -x^2 - 2$; 2) $y = 1 - x^2$; 3) $y = -(x + 2)^2 + 1$.

85. Побудуйте графік функції $y = (x - 6)^2 - 9$. Користуючись цим графіком, знайдіть:

1) нулі функції;

2) при яких значеннях аргументу функція набуває додатних значень;

3) проміжок зростання і проміжок спадання функції;

4) область значень функції.

86. Побудуйте графік функції $y = \sqrt{x}$. Використовуючи цей графік, побудуйте графік функції:

1) $y = \sqrt{x} + 1$; 2) $y = \sqrt{x - 2}$; 3) $y = 1 + \sqrt{x + 2}$.

87. Побудуйте графік функції $y = -\sqrt{x}$. Використовуючи цей графік, побудуйте графік функції:

1) $y = -1 - \sqrt{x}$; 2) $y = 3 - \sqrt{x - 2}$.

88. Побудуйте графік функції $y = \frac{12}{x}$. Використовуючи цей графік, побудуйте графік функції:

$$1) y = \frac{12}{x} - 2; \quad 3) y = \frac{12}{x+1} + 1; \quad 5) y = \frac{2x-16}{x-2}.$$

$$2) y = \frac{12}{x-3}; \quad 4) y = \frac{3x+12}{x};$$

Квадратична функція, її графік і властивості

89. Визначте напрям віток і координати вершини параболи:

$$1) y = x^2 - 10x - 3; \quad 3) y = 0,4x^2 + 0,8x - 0,12;$$

$$2) y = -x^2 - 5x + 3; \quad 4) y = -2x^2 - 8x + 5.$$

90. Побудуйте графік функції:

$$1) y = x^2 - 5x + 6; \quad 5) y = 2x + x^2;$$

$$2) y = -x^2 + 4x - 3; \quad 6) y = 9 - x^2;$$

$$3) y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3; \quad 7) y = -0,5x^2 + 2x + 2;$$

$$4) y = 2x^2 - 4x + 2; \quad 8) y = x^2 - 6x + 4.$$

91. Побудуйте графік функції $f(x) = x^2 + 2x - 3$. Користуючись графіком, знайдіть:

1) найбільше і найменше значення функції;

2) область значень функції;

3) проміжок зростання і проміжок спадання функції;

4) множину розв'язків нерівності $f(x) \geq 0$; $f(x) < 0$.

92. Побудуйте графік функції $f(x) = 4x - 2x^2$. Користуючись графіком, знайдіть:

1) найбільше і найменше значення функції;

2) область значень функції;

3) проміжок зростання і проміжок спадання функції;

4) множину розв'язків нерівності $f(x) \leq 0$; $f(x) > 0$.

93. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій $y = \frac{12}{x}$ і $y = -x^2 - 3x + 4$. Користуючись отриманим рисунком, визначте кількість коренів рівняння $-x^2 - 3x + 4 = \frac{12}{x}$.
94. Знайдіть координати точки параболи $y = x^2 - 2x - 6$, у якої:
- 1) абсциса й ордината — протилежні числа;
 - 2) різниця абсциси й ординати дорівнює -4 .
95. Знайдіть область значень і проміжки зростання та спадання функції:
- 1) $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$;
 - 2) $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 10$;
 - 3) $f(x) = 9 - 18x - 0,6x^2$;
 - 4) $f(x) = 11x^2 - 3x$.
96. Побудуйте графік функції:
- 1) $f(x) = \begin{cases} 3 - x, & \text{якщо } x \leq -1, \\ x^2 - 2x + 1, & \text{якщо } -1 < x < 3, \\ 4, & \text{якщо } x \geq 3; \end{cases}$
 - 2) $f(x) = \begin{cases} 3x - 4, & \text{якщо } x \leq 2, \\ 9 - x^2, & \text{якщо } 2 < x < 4, \\ x, & \text{якщо } x \geq 4. \end{cases}$
97. Побудуйте графік функції $y = -x^2 - x + 6$, визначеної на проміжку $[-2; 3]$. Користуючись побудованим графіком, знайдіть область значень даної функції.
98. Знайдіть найменше значення функції $y = 4x^2 + 8x - 7$ на проміжку:
- 1) $[-3; 4]$;
 - 2) $[-4; -2]$;
 - 3) $[-0,5; 3]$.
99. При яких значеннях p і q графік функції $y = x^2 + px + q$ проходить через точки $C(-1; -10)$ і $D(2; 5)$?
100. При яких значеннях a і b парабола $y = ax^2 + bx + 2$ проходить через точки $M(3; -1)$ і $K(-6; 26)$?
101. Графік квадратичної функції — парабола з вершиною в початку координат, яка проходить через точку $(6; -3)$. Задайте цю функцію формулою.

102. Графік квадратичної функції — парабола з вершиною в точці $C(0; 4)$, яка проходить через точку $D(-5; -46)$. Задайте цю функцію формулою.
103. Нехай D — дискримінант квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$. Зобразіть схематично графік квадратичної функції $y = ax^2 + bx + c$, якщо:
- 1) $a < 0, D > 0, c < 0, -\frac{b}{2a} < 0$; 3) $a > 0, c = 0, -\frac{b}{2a} > 0$.
- 2) $a > 0, D = 0, -\frac{b}{2a} < 0$;
104. При якому значенні a графік квадратичної функції $y = ax^2 + (a - 4)x - 4,5$ має з віссю абсцис одну спільну точку?
105. При яких значеннях a функція $y = 3x^2 - 12x + a$ набуває додатних значень при всіх дійсних значеннях x ?
106. При яких значеннях a функція $y = (a + 5)x^2 - 4x + 2$ набуває від'ємних значень при всіх дійсних значеннях x ?
107. При яких значеннях a функція $y = (a - 1)x^2 + 10x + 1$ набуває невід'ємних значень при всіх дійсних значеннях x ?
108. При якому значенні c найменше значення функції $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + c$ дорівнює 5?
109. При яких значеннях p і q вершина параболи $y = x^2 + px + q$ знаходиться в точці $(-6; -43)$?
110. Парабола $y = ax^2 + bx + c$ має вершину в точці $E(4; 3)$ і проходить через точку $F(2; 1)$. Знайдіть значення коефіцієнтів a, b і c .
111. Побудуйте графік функції:
- 1) $y = \frac{|x|}{x} \left(\frac{1}{4}x^2 - x - 3 \right)$; 3) $y = x^2 + 8x \frac{x-3}{|x-3|} - 9$;
- 2) $y = x^2 + 2|x| - 8$; 4) $y = x^2 + 3|x-1| - x + 3$.

112. Нехай x_1 і x_2 — нулі функції $y = 7x^2 - (6a - 5)x + 2a + 3$.

При яких значеннях a виконується нерівність $x_1 < -1 < x_2$?

Розв'язування квадратних нерівностей

113. Розв'яжіть нерівність:

1) $x^2 - 4x - 96 > 0$;

7) $49x^2 + 14x + 1 > 0$;

2) $x^2 + 3x - 28 \leq 0$;

8) $x^2 - 16x + 64 \geq 0$;

3) $-x^2 + 2,8x + 0,6 < 0$;

9) $3x^2 + 2x + 4 > 0$;

4) $-3x^2 + 7x + 6 < 0$;

10) $4x^2 - 4x + 1 \leq 0$;

5) $3x^2 + 18x \geq 0$;

11) $4x^2 - 60x + 225 < 0$;

6) $25x^2 - 16 < 0$;

12) $2x^2 + x + 3 \leq 0$.

114. Розв'яжіть нерівність:

1) $x^2 \leq 25$;

3) $4x^2 \leq 9x$;

5) $-4x^2 > -64$;

2) $x^2 > 13$;

4) $-6x^2 \geq -24x$;

6) $-0,6x^2 < 24x$.

115. Знайдіть множину розв'язків нерівності:

1) $(2x + 1)(x - 4) \leq 5$;

3) $\frac{x^2 - 9}{5} - \frac{x + 1}{4} \geq \frac{x - 5}{2}$;

2) $(x - 4)^2 + 12 \geq (3x - 2)^2$;

4) $\frac{x^2 + x}{8} - \frac{3 - x}{3} < \frac{2x^2 + 5}{5} - 2$.

116. Знайдіть цілі розв'язки нерівності:

1) $x^2 - 7x \leq 0$;

4) $12x^2 - 13x + 3 \leq 0$;

2) $x^2 - 20 < 0$;

5) $-\frac{1}{2}x^2 + x + 24 > 0$;

3) $-8x^2 + 13x + 6 \geq 0$;

6) $x^2 - 4,6x - 2 \leq 0$.

117. Знайдіть область визначення функції:

1) $y = \sqrt{x^2 + 7x - 18}$;

3) $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2} + \frac{8}{x^2 - 9}$;

2) $y = \frac{3x - 7}{\sqrt{5x + 10x^2}}$;

4) $y = \frac{x + 14}{\sqrt{12 - 17x - 7x^2}} - \frac{x - 14}{3x^2 + 5x - 2}$.

118. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$1) \begin{cases} x^2 + x - 12 \leq 0, \\ x > 2; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^2 + x - 20 \leq 0, \\ 2x + 10 \leq 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 5x^2 - 16x + 3 > 0, \\ x \leq 7; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x^2 - 2x - 80 \leq 0, \\ x^2 - 2x - 24 > 0; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 10x^2 - 9x + 2 \leq 0, \\ 14 - 2x \leq 0; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 2x^2 + 11x - 6 \leq 0, \\ x^2 + 8x \leq 0. \end{cases}$$

119. Знайдіть цілі розв'язки системи нерівностей:

$$1) \begin{cases} x^2 + 3x - 18 < 0, \\ x \geq -2; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 + 4x - 32 \leq 0, \\ -8,5 \leq x \leq 0,3; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 4x^2 - 6x \leq 0, \\ 0,8x - 0,2 > 0; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^2 + (\sqrt{6} - 4)x - 4\sqrt{6} \leq 0, \\ -x^2 + 0,5x + 5 \geq 0. \end{cases}$$

120. Знайдіть значення a , при яких не має коренів рівняння:

$$1) x^2 - (a + 5)x + 9 = 0;$$

$$2) (a - 2)x^2 + 5ax - 3a = 0;$$

$$3) (6a - 12)x^2 - (6a - 12)x + 5 = 0;$$

$$4) (a - 3)x^2 - 2(a + 2)x + 2a - 6,5 = 0.$$

121. При яких значеннях b має два різних дійсних корені рівняння:

$$1) x^2 - 3bx + 2b + 5 = 0;$$

$$3) (b + 2)x^2 + (3b + 1)x - b - 1 = 0;$$

$$2) bx^2 + (7b + 2)x + b = 0;$$

$$4) (2b + 10)x^2 - (4b + 8)x + 3b = 0?$$

122. Знайдіть значення a , при яких виконується при всіх дійсних значеннях x нерівність:

$$1) x^2 - 2(a - 6)x - 2a^2 - 2a + 33 > 0;$$

$$2) -\frac{1}{6}x^2 - 4ax - 18a^2 - 24 \leq 0;$$

$$3) ax^2 + 6x + 3a - 6 < 0;$$

$$4) (a^2 - 1)x^2 + 2(1 - a)x + 2 \geq 0.$$

123. При яких значеннях m не має розв'язків нерівність:

1) $mx^2 - 8mx + 3m + 7 > 0$;

2) $(2m + 1)x^2 + 2(m + 2)x + m + 5,6 \leq 0$?

124. Для кожного значення a розв'яжіть систему нерівностей:

1) $\begin{cases} x^2 + 5x - 6 > 0, \\ x < a; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2 - 8x - 9 \leq 0, \\ x > a. \end{cases}$

125. Для кожного значення a розв'яжіть нерівність:

1) $x^2 - (a - 4)x - 4a \geq 0$;

2) $x^2 + (2 - 5a)x + 6a^2 - 3a - 3 < 0$.

126. Розв'яжіть нерівність:

1) $|x^2 + 2x - 4| < 4$;

4) $x^2 + 9|x| < 10$;

2) $|x^2 - 6x| > 7$;

5) $x^2 - 4x + 6 > |x + 2|$;

3) $|x + 3|(x - 6) \geq 4x$;

6) $x^2 - 3|x - 3| + 8 \leq 5|x + 2|$.

Системи рівнянь із двома змінними

127. Розв'яжіть графічно систему рівнянь:

1) $\begin{cases} xy = 6, \\ x - y = 5; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x^2 + y = 5, \\ x - y = 7; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 13, \\ x - y - 5 = 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = x^2 + 2x - 2, \\ y = 2 - x; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ y = x - 2; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 20, \\ xy = -8. \end{cases}$

128. Визначте графічно кількість розв'язків системи рівнянь:

1) $\begin{cases} y = -\sqrt{x}, \\ y = x + 1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = x^2 + 5; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2 + (y - 2)^2 = 16, \\ y = 2x^2 - 2; \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = 3x^2 - 1, \\ y = 1 - 4x^2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} xy = -8, \\ y = 4 - 0,3x^2; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} |y| = -x, \\ y = x^2 + 4x - 1. \end{cases}$

129. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases} x = 5 - y, \\ y^2 + 4xy = 33; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y^2 - xy + x = 2, \\ 5y + x = 12; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x + y = 8, \\ xy = -20; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 4x - 3y = 4, \\ 5y^2 - 16x = 16; \end{cases}$

3) $\begin{cases} y - 7x = 3, \\ y^2 - 6xy - x^2 = -9; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 4y + x = 2, \\ (x - 4)(y + 3) = 4. \end{cases}$

130. Не виконуючи побудови, знайдіть координати точок перетину:

1) прямої $y = 3x - 1$ і параболи $y = x^2 - 2x + 3$;

2) прямої $2x + y + 9 = 0$ і кола $(x + 2)^2 + y^2 = 10$;

3) прямої $y = -x + 1$ і кола $x^2 + (y + 3)^2 = 8$;

4) парабол $y = 2x^2 - 8x + 10$ і $y = 1 + 4x - 2x^2$.

131. Розв'яжіть систему рівнянь:

1)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2xy = 100, \\ y - x = 6; \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} 2y^2 - 3x^2 = 1, \\ 3x^2 + 2y^2 = 19; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} x^2 + 4xy + 4y^2 = 1, \\ 2x^2 - 3xy + y^2 = 6; \end{cases}$$

5)
$$\begin{cases} 2xy - x = 9, \\ 2xy + 5y = 22; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} xy + x^2 = 30, \\ xy + y^2 = -5; \end{cases}$$

6)
$$\begin{cases} x^2 + 16y^2 = 73, \\ xy = -6. \end{cases}$$

132. Розв'яжіть систему рівнянь:

1)
$$\begin{cases} 4x^2 - y^2 = 32, \\ xy = 6; \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} \frac{y}{x} - \frac{x}{y} = \frac{16}{15}, \\ 4y - 5x = 15; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} x + y + xy = -19, \\ xy(x + y) = -20; \end{cases}$$

5)
$$\begin{cases} \frac{3}{2x+5y} - \frac{2}{3x-10y} = 4, \\ \frac{2}{2x+5y} + \frac{3}{3x-10y} = 7; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 98, \\ x - y = 2; \end{cases}$$

6)
$$\begin{cases} \frac{x+3y}{2x-y} + \frac{6(2x-y)}{x+3y} = 5, \\ x^2 - xy - y^2 = 1. \end{cases}$$

133. Розв'яжіть систему рівнянь:

1)
$$\begin{cases} x^2 + xy - 12y^2 = 0, \\ 2x^2 - 3xy + y^2 = 90; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 4x^2 - 3xy - y^2 = 14, \\ 2x^2 + xy - 3y^2 = 12. \end{cases}$$

134. Скільки розв'язків залежно від значення a має система рівнянь:

1)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ y = a - x; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ |y - x| = 3? \end{cases}$$

**Система двох рівнянь із двома змінними
як математична модель прикладної задачі**

- 135.** Двоє робітників мали виготовити по 90 деталей. Один із них виготовляв щодня на 3 деталі більше, ніж другий, тому виконав замовлення на один день раніше. Скільки деталей за день виготовляв кожний робітник?
- 136.** Із пунктів A і B одночасно назустріч один одному виїхали два автомобілі, і після зустрічі кожний із них продовжив рух у початковому напрямі. Перший із них, швидкість якого на 15 км/год більша за швидкість другого, прибув до пункту A через 3 год після зустрічі, а другий до пункту B — через 5 год 20 хв після зустрічі. Знайдіть швидкість, з якою рухався кожний автомобіль. Через який час після початку руху відбулася їхня зустріч?
- 137.** Від двох станцій, відстань між якими дорівнює 450 км, вирушили одночасно назустріч один одному два поїзди й зустрілися через 5 год. Знайдіть швидкість кожного поїзда, якщо один із них витратив на шлях між станціями на 2 год 15 хв більше, ніж другий.
- 138.** Від станції M до станції N , відстань між якими дорівнює 240 км, вирушили одночасно два поїзди. Перший поїзд прибув на станцію N на 48 хв пізніше, ніж другий. Знайдіть швидкість кожного поїзда, якщо відомо, що перший поїзд за 2 год проходить на 40 км більше, ніж другий за 1 год, і швидкість кожного поїзда не перевищує 100 км/год.
- 139.** Човен проходить 54 км за течією річки і 48 км у стоячій воді за 6 год. Щоб пройти 64 км у стоячій воді, човну треба на 2 год більше, ніж на проходження 36 км за течією цієї річки. Знайдіть власну швидкість човна та швидкість течії річки.
- 140.** Із двох сіл A і B , відстань між якими дорівнює 54 км, виїхали назустріч один одному два велосипедисти й зу-

- стрілися в селі C , відстань від якого до села A становить $\frac{1}{3}$ відстані між селами A і B , причому один велосипедист виїхав із села B на 54 хв раніше, ніж другий велосипедист виїхав із села A . Якби велосипедисти виїхали одночасно, то вони зустрілися б через 2 год. Знайдіть швидкість кожного велосипедиста.
141. Два екскаватори, працюючи одночасно, можуть вирити котлован за 6 год 40 хв. Якщо ж спочатку перший екскаватор вириє самостійно $\frac{4}{5}$ котловану, а потім другий — решту котловану, то всю роботу буде виконано за 12 год. За скільки годин може вирити котлован кожний екскаватор, працюючи окремо?
142. Якщо одночасно відкрити дві труби, через першу з яких у басейн буде наливатися вода, а через другу — виливатися, то басейн наповниться за 36 год. Якщо 6 год наповнювати басейн через першу трубу, а потім відкрити другу трубу, через яку вода виливається, то басейн наповниться через 18 год після відкриття другої труби. За скільки годин можна наповнити басейн через першу трубу? За скільки годин із повного басейна через другу трубу виллється вся вода?
143. Із села до станції, відстань до якої дорівнює 12 км, вийшов пішохід зі швидкістю 3 км/год. Через 1 год із села у цьому самому напрямі вийшов другий пішохід, який наздогнав першого, передав йому лист і пішов назад у село з тією самою швидкістю. Перший пішохід прийшов на станцію, а другий повернувся в село одночасно. Знайдіть швидкість другого пішохода.
144. Від станцій C і D , відстань між якими дорівнює 270 км, вирушили одночасно назустріч один одному два поїзди. Перший поїзд прибув на станцію D через 2 год 24 хв після зустрічі, а другий на станцію C — через 3 год 45 хв після

зустрічі. З якою швидкістю рухався кожний поїзд і через який час після початку руху відбулася їхня зустріч?

145. Одночасно від одного причалу в одному напрямі відплили пліт зі швидкістю 3 км/год і човен зі швидкістю 24 км/год. Через 3 год від цього причалу в тому самому напрямі вирушив катер. Знайдіть швидкість катера, якщо он наздогнав човен через 11 год 40 хв після того, як наздогнав пліт.
146. По колу рухаються в одному напрямі дві точки. Одна з них здійснює повний оберт на 3 с довше, ніж друга, а час між їхніми послідовними зустрічами дорівнює 6 с. За який час кожна точка здійснює повний оберт?
147. Дорога завдовжки 30 км, яка сполучає село та залізничну станцію, іде спочатку під ухил, а потім вгору. Із села на станцію велосипедист їде 2 год 12 хв, а зі станції — 2 год 18 хв. З якою швидкістю велосипедист їде під ухил і з якою вгору, якщо його швидкість на підйомі на 3 км/год менша від його швидкості на спуску?
148. Від двох пристаней C і D відійшли одночасно назустріч один одному катер і човен відповідно. Катер прибув до пристані D через 3 год 45 хв після зустрічі з човном, а човен до пристані C — через 1 год 40 хв після зустрічі. За який час кожний з них пропливе відстань між пристанями C і D ?
149. Скільки треба змішати молока з відсотковим вмістом жиру 1 % і молока з відсотковим вмістом жиру 3,5 %, щоб отримати 8 л молока з масовою часткою жиру 2,5 %?

Числові послідовності

150. Запишіть п'ять перших членів послідовності:

- 1) двоцифрових чисел, кратних числу 9, узятих у порядку спадання;
- 2) правильних звичайних дробів із чисельником 19, узятих у порядку спадання;

3) натуральних чисел, які дають при діленні на 7 остачу 4, узятих у порядку зростання.

151. Знайдіть чотири перших члени послідовності (a_n) , заданої формулою n -го члена:

$$1) a_n = 5 - n; \quad 2) a_n = 3n + 1; \quad 3) a_n = \frac{n^2 + 1}{n}; \quad 4) a_n = \frac{5^n}{(n+1)^2}.$$

152. Знайдіть другий, восьмий і сотий члени послідовності (b_n) , заданої формулою n -го члена:

$$1) b_n = \frac{10}{n+2};$$

$$3) b_n = n^2 + 2n;$$

$$2) b_n = 0,8 - 0,3n;$$

$$4) b_n = (-1)^{n-1} + (-1)^{n+1}.$$

153. Послідовність (c_n) задано формулою n -го члена

$$c_n = 3 + \frac{1}{3}n. \text{ Знайдіть: } 1) c_1; \quad 2) c_9; \quad 3) c_{150}; \quad 4) c_{k+3}.$$

154. Послідовність (x_n) задано формулою n -го члена

$$x_n = \frac{(-1)^{n-1}}{4}. \text{ Знайдіть: } 1) x_1; \quad 2) x_8; \quad 3) x_{2k}; \quad 4) x_{2k+1}.$$

155. Знайдіть чотири перших члени послідовності (a_n) , якщо:

$$1) a_1 = 5, \quad a_{n+1} = a_n - 2;$$

$$2) a_1 = \frac{1}{32}, \quad a_{n+1} = 4a_n;$$

$$3) a_1 = 0,5, \quad a_2 = 5, \quad a_{n+2} = a_{n+1} - 4a_n;$$

$$4) a_1 = 2, \quad a_2 = 1, \quad a_{n+2} = 3a_n + a_{n+1}^2.$$

156. Послідовність (y_n) задано формулою n -го члена

$y_n = 7n + 1$. Чи є членом цієї послідовності число: 1) 36; 2) 41? У разі ствердної відповіді вкажіть номер цього члена.

157. Знайдіть кількість додатних членів послідовності (z_n) , заданої формулою n -го члена $z_n = 34 - 4n$.

158. Підберіть одну з можливих формул n -го члена послідовності, першими членами якої є числа:

- 1) $\frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{36}, \frac{1}{64}, \frac{1}{100}, \dots$; 3) $-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{5}, \dots$;
 2) $2, \frac{4}{3}, \frac{6}{5}, \frac{8}{7}, \frac{10}{9}, \dots$; 4) $-2, 0, -\frac{2}{3}, 0, -\frac{2}{5}, 0, -\frac{2}{7}, \dots$

Арифметична прогресія

159. Знайдіть чотири перших члени арифметичної прогресії (a_n) , перший член якої $a_1 = 1,4$, а різниця $d = -0,2$.

160. Перший член арифметичної прогресії $a_1 = 3$, а різниця $d = 0,5$. Знайдіть: 1) a_3 ; 2) a_{11} ; 3) a_{24} .

161. Знайдіть різницю і сто перший член арифметичної прогресії $2,7; 3,1; 3,5; \dots$

162. Знайдіть різницю арифметичної прогресії (b_n) , якщо:

- 1) $b_1 = 7, b_{10} = -11$; 2) $b_5 = 10, b_{12} = 31$.

163. Знайдіть перший член арифметичної прогресії (c_n) , різниця якої дорівнює d , якщо:

- 1) $c_{12} = 17, d = 2$; 2) $c_4 = 7, c_9 = -8$.

164. Знайдіть формулу n -го члена арифметичної прогресії:

- 1) $-4, -6, -8, -10, \dots$; 3) $2a^2, 5a^2, 8a^2, 11a^2, \dots$;
 2) $4, 4\frac{1}{3}, 4\frac{2}{3}, 5, \dots$; 4) $a-1, a-2, a-3, a-4, \dots$

165. Знайдіть номер члена арифметичної прогресії (a_n) , який дорівнює $30,6$, якщо $a_1 = 12,2$, а різниця прогресії $d = 0,4$.

166. Чи є число $24,5$ членом арифметичної прогресії (b_n) , якщо $b_1 = 10$, а різниця прогресії $d = 1,5$? У разі ствердної відповіді вкажіть номер цього члена.

167. Дано арифметичну прогресію $2; 1,8; 1,6; \dots$. Знайдіть номер першого від'ємного члена прогресії.

168. Знайдіть кількість додатних членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 30$, а різниця прогресії $d = -1,6$.

169. Між числами -4 і 5 вставте п'ять таких чисел, щоб вони разом із даними числами утворили арифметичну прогресію.

170. Знайдіть перший член і різницю арифметичної прогресії (a_n) , якщо:

$$1) a_3 + a_5 = -2 \text{ і } a_7 + a_{10} = 4; \quad 2) a_2 + a_6 = 24 \text{ і } a_2 \cdot a_3 = 54.$$

171. Чи є арифметичною прогресією послідовність (a_n) , задана формулою n -го члена:

$$1) a_n = -4n + 5; \quad 3) a_n = -3,5n; \quad 5) a_n = \frac{4}{n+1};$$

$$2) a_n = 3n^2 - 2; \quad 4) a_n = 7 - 0,8n; \quad 6) a_n = \frac{3n+1}{4} ?$$

У разі ствердної відповіді вкажіть перший член і різницю прогресії.

172. Із арифметичної прогресії вилучили члени з парними номерами. Чи будуть члени, що залишилися, утворювати арифметичну прогресію?

173. При якому значенні x значення виразів $4x+5$, $7x-1$ і x^2+2 будуть послідовними членами арифметичної прогресії? Знайдіть члени цієї прогресії.

174. При якому значенні y значення виразів y^2+2 , $4y+2$, $3y+6$ і $y^2-4y+18$ будуть послідовними членами арифметичної прогресії? Знайдіть члени цієї прогресії.

Сума n перших членів арифметичної прогресії

175. Знайдіть суму шістнадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 6$, а різниця прогресії $d = 3$.

176. Знайдіть суму тридцяти перших членів арифметичної прогресії $-8, -4, 0, \dots$.

177. Арифметичну прогресію (a_n) задано формулою n -го члена $a_n = 3n - 1$. Знайдіть суму сорока семи перших членів прогресії.

190. Знайдіть суму членів арифметичної прогресії (x_n) з дванадцятого по двадцять дев'ятий включно, якщо $x_1 = 7$ і $x_{15} = 42$.
191. Знайдіть перший член і різницю арифметичної прогресії, якщо сума п'яти перших її членів дорівнює 10, а сума дванадцяти перших членів дорівнює -102 .
192. Розв'яжіть рівняння:
- 1) $9 + 17 + 25 + \dots + (8n + 1) = 125$, де n — натуральне число;
 - 2) $3 + 7 + 11 + \dots + x = 136$, де x — натуральне число.

Геометрична прогресія

193. Знайдіть чотири перших члени геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_1 = 0,4$, а знаменник $q = 5$.
194. Перший член геометричної прогресії $b_1 = \frac{1}{16}$, а знаменник $q = -2$. Знайдіть: 1) b_5 ; 2) b_9 .
195. Знайдіть знаменник і четвертий член геометричної прогресії $\frac{1}{81}, \frac{1}{27}, \frac{1}{9}, \dots$.
196. Знайдіть знаменник геометричної прогресії (b_n) , якщо:
- 1) $b_1 = 10\,000, b_6 = 0,1$; 2) $b_3 = 1, b_5 = \frac{1}{4}$.
197. Знайдіть перший член геометричної прогресії (c_n) , знаменник якої дорівнює q , якщо:
- 1) $c_5 = q = \frac{2}{3}$; 2) $c_4 = 8, c_7 = -64$.
198. Число 324 є членом геометричної прогресії 4, 12, 36, Знайдіть номер цього члена.
199. Послідовність (b_n) задано формулою n -го члена $b_n = 3 \cdot 5^{n+1}$. Чи є ця послідовність геометричною прогресією? У разі ствердної відповіді вкажіть її перший член і знаменник.

200. Знайдіть перший член і знаменник геометричної прогресії (b_n) , якщо:

$$1) b_6 = 4b_4 \text{ і } b_2 + b_5 = 108; \quad 2) b_3 + b_6 = 420 \text{ і } b_4 - b_5 + b_6 = 315.$$

201. Які три числа треба вставити між числами 256 і 1, щоб вони разом із даними числами утворили геометричну прогресію?

202. При якому значенні x значення виразів $x-1$, $1-2x$ і $x+7$ будуть послідовними членами геометричної прогресії? Знайдіть члени цієї прогресії.

203. Сума трьох чисел, які утворюють арифметичну прогресію, дорівнює 30. Якщо перше число залишити без зміни, а від другого й третього чисел відняти відповідно 4 і 5, то утвориться геометрична прогресія. Знайдіть дані числа.

204. Вкладник поклав у банк 50 000 грн під 6 % річних. Скільки грошей буде на його рахунку через 2 роки?

205. Протягом року завод двічі збільшував щотижневий випуск продукції на одну й ту саму кількість відсотків. На скільки відсотків збільшувався щоразу випуск продукції, якщо на початку року завод випускав 1200 виробів за тиждень, а наприкінці року — 1587 виробів?

Сума n перших членів геометричної прогресії

206. Знайдіть суму п'яти перших членів геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_1 = 8$, а знаменник $q = \frac{1}{2}$.

207. Знайдіть суму шести перших членів геометричної прогресії $\frac{1}{54}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{6}$, ...

208. Знайдіть суму чотирьох перших членів геометричної прогресії (b_n) зі знаменником q , якщо:

$$1) b_4 = 100, \quad q = 4;$$

$$3) b_2 = 12, \quad b_5 = 324.$$

$$2) b_1 = 2\sqrt{2}, \quad b_7 = 16\sqrt{2}, \quad q > 0;$$

209. Геометричну прогресію (b_n) задано формулою n -го члена

$$b_n = 5 \cdot 2^{n+1}. \text{ Знайдіть суму семи перших її членів.}$$

210. Знайдіть перший член геометричної прогресії, якщо її

знаменник дорівнює $\frac{1}{3}$, а сума п'яти перших членів

$$\text{дорівнює } \frac{40}{9}.$$

211. Знайдіть кількість членів скінченної геометричної

прогресії (c_n) , якщо $c_1 = -9$, знаменник $q = -2$, а сума всіх

$$\text{членів } S_n = -99.$$

212. Сума другого й третього членів геометричної прогресії

дорівнює 30, а різниця четвертого й другого членів до-

рівнює 90. Знайдіть суму п'яти перших членів прогресії.

213. Знайдіть перший член, знаменник і кількість членів

скінченної геометричної прогресії (y_n) , якщо

$$y_4 - y_2 = -24, \quad y_3 + y_2 = 6, \quad \text{а сума всіх членів } S_n = -182.$$

Випадкова подія. Ймовірність випадкової події*

214. У коробці лежать 10 чорних і 25 синіх куль. Яка

ймовірність того, що вибрана навмання куля виявиться:

1) чорною; 2) синьою?

215. У лотереї розігрується 20 телевізорів, 30 магнітофонів

і 40 фотоапаратів. Усього випущено 5000 лотерейних біле-

тів. Яка ймовірність, купивши один білет:

1) виграти фотоапарат;

2) виграти який-небудь приз;

3) не виграти жодного призу?

216. Гральний кубик кинули один раз. Яка ймовірність того,

що випаде число, яке ділиться націло на 2 і на 3?

217. Із натуральних чисел від 1 до 24 включно учень навмання

називає одно. Яка ймовірність того, що це число є діль-

ником числа 24?

* Матеріал, не обов'язковий для вивчення

218. Яка ймовірність того, що навмання вибране двоцифрове число ділиться націло на 17?
219. У коробці лежать 2 зелені кулі та 7 синіх куль. Яку найменшу кількість куль треба вийняти навмання, щоб ймовірність того, що серед них виявиться хоча б одна зелена, дорівнювала 1?
220. Чотири картки пронумеровано числами 1, 2, 3 і 4. Яка ймовірність того, що добуток номерів двох навмання вибраних карток буде не більшим за число 6?
221. У коробці лежать сині та зелені кулі. Скільки синіх куль у коробці, якщо ймовірність вийняти з неї навмання синю кулю дорівнює $\frac{2}{7}$, а зелених куль у коробці 40?

Початкові відомості про статистику*

222. Дано 25 чисел, із них число 9 трапляється 12 разів, число 8 трапляється 9 разів і число 15 — 4 рази. Знайдіть середнє арифметичне цих 25 чисел.
223. Знайдіть міри центральної тенденції вибірки:
- 1) 5, 11, 14, 14, 17, 17, 19, 26, 29, 38;
 - 2) 3,1; 3,4; 4,2; 4,7; 4,9; 5,3; 6,1.
224. У таблиці наведено розподіл працівників одного цеха деякого заводу за кількістю виготовлених за зміну деталей:

Кількість деталей, виготовлених кожним працівником	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Кількість працівників	5	2	6	6	8	9	6	4	4

Знайдіть відносну частоту кожного значення та міри центральної тенденції вибірки.

225. Серед 40 жителів міста провели опитування про кількість кімнат в їхніх квартирах і склали ряд даних:

* Матеріал, не обов'язковий для вивчення

2	3	2	4	3	2	1	3
3	1	1	3	2	2	3	2
1	2	4	2	3	1	2	3
3	1	2	3	2	4	3	1
1	2	2	3	3	2	1	4

Складіть частотну таблицю та побудуйте відповідну гістограму. Визначте частоту та відносну частоту кожного її значення.

2.° Знайдіть область визначення функції:

$$1) f(x) = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 10x + 24}; \quad 2) f(x) = \sqrt{x + 5} + \frac{6}{x^2 - 4}.$$

3.° Побудуйте графік функції $f(x) = x^2 + 2x - 3$. Користуючись графіком, знайдіть:

- 1) область значень даної функції;
- 2) проміжок зростання функції;
- 3) множину розв'язків нерівності $f(x) > 0$.

4.° Побудуйте графік функції:

$$1) f(x) = \sqrt{x - 3}; \quad 2) f(x) = \sqrt{x} - 3.$$

5.° При яких значеннях p і q вершина параболи $y = x^2 + px + q$ знаходиться в точці $A(-4; 6)$?

Контрольна робота № 3

Тема. Розв'язування квадратних нерівностей.

Системи рівнянь із двома змінними

1.° Розв'яжіть нерівність:

$$\begin{array}{ll} 1) x^2 - 7x - 30 > 0; & 3) x^2 < 25; \\ 2) x^2 - 4x + 6 < 0; & 4) x^2 - 6x + 9 \leq 0. \end{array}$$

2.° Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x - 4y = 3, \\ xy + 2y = 9. \end{cases}$

3.° Знайдіть область визначення функції:

$$1) y = \sqrt{7x - x^2}; \quad 2) y = \frac{9}{\sqrt{15 - 2x - x^2}}.$$

4.° Розв'яжіть графічно систему рівнянь $\begin{cases} y = x^2 - 4x, \\ 2x - y = 8. \end{cases}$

5.° Із двох сіл, відстань між якими дорівнює 16 км, вирушили одночасно назустріч один одному пішохід і велосипедист та зустрілися через 1 год. Знайдіть швидкість

кожного з них, якщо велосипедист витратив на весь шлях на 2 год 40 хв менше, ніж пішохід.

6.** Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} x^2 + 6xy + 9y^2 = 16, \\ x - 3y = -2. \end{cases}$$

Контрольна робота № 4

Тема. Числові послідовності

- 1.° Знайдіть чотирнадцятий член і суму двадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 2$ і $a_2 = 5$.
- 2.° Знайдіть п'ятий член і суму чотирьох перших членів геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_1 = 27$, а знаменник $q = \frac{1}{3}$.
- 3.° Знайдіть номер члена арифметичної прогресії (a_n) , який дорівнює 7,3, якщо $a_1 = 10,3$, а різниця прогресії $d = -0,5$.
- 4.° Які два числа треба вставити між числами 2,5 і 20, щоб вони разом із даними числами утворили геометричну прогресію?
- 5.° При якому значенні x значення виразів $2x + 6$, $x + 7$ і $x + 4$ будуть послідовними членами геометричної прогресії? Знайдіть члени цієї прогресії.
- 6.** Знайдіть суму всіх натуральних чисел, кратних 6, які більші за 100 і менші від 200.

Контрольна робота № 5

Тема. Узагальнення та систематизація знань учнів

- 1.° Розв'яжіть нерівність $7(2x - 3) \leq 10x + 19$.
- 2.° Побудуйте графік функції $y = 5 + 4x - x^2$. Користуючись графіком, знайдіть:
 - 1) проміжок зростання функції;
 - 2) множину розв'язків нерівності $5 + 4x - x^2 \geq 0$.

- 3.° Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x - y = 3, \\ x^2 - xy - 2y^2 = 7. \end{cases}$
- 4.° Знайдіть суму двадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_5 = -0,8$, $a_{11} = -5$.
- 5.° Двоє робітників можуть разом виконати деяке завдання за 4 дні. Якщо третину завдання виконає перший робітник, а потім його замінить другий, то все завдання буде виконано за 10 днів. За скільки днів може виконати це завдання кожний із них самостійно?
- 6.° При яких значеннях a рівняння $x^2 + (a + 5)x + 1 = 0$ має два різних дійсних корені?
- 7.° При яких значеннях a рівняння $(a - 2)x = a^2 - 4$ має тільки один додатний корінь?
-

Варіант 2

Контрольна робота № 1

Тема. Нерівності

- 1.° Доведіть нерівність $(x+3)(x-10) < (x-5)(x-2)$.
- 2.° Відомо, що $4 < x < 10$, $5 < y < 8$. Оцініть значення виразу:
- 1) $4x + y$; 2) xy ; 3) $y - x$.
- 3.° Розв'яжіть нерівність:
- 1) $\frac{3}{8}x \leq -\frac{3}{4}$; 2) $7x - 4 > 6(3x - 2)$.
- 4.° Розв'яжіть систему нерівностей:
- 1) $\begin{cases} 8x - 32 < 0, \\ -3x + 15 > 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 6x - 5 < 13, \\ 28 + 4x > 20. \end{cases}$
- 5.° Знайдіть множину розв'язків нерівності:
- 1) $\frac{2x-1}{4} - \frac{x+3}{8} < -4$; 2) $8x + 3 > 5(2x - 3) - 2x$.
- 6.° Знайдіть цілі розв'язки системи нерівностей
- $$\begin{cases} 4(5x-4) \geq 13(x-1)+18, \\ x(x+5) - (x-2)(x+8) > 9. \end{cases}$$
- 7.° При яких значеннях змінної має зміст вираз
- $$\sqrt{4x+16} + \frac{1}{\sqrt{6-3x}} ?$$
- 8.** Доведіть нерівність $a^2 - 8ab + 17b^2 - 2b + 3 > 0$.
-

Контрольна робота № 2

Тема. Функція. Квадратична функція, її графік
і властивості

- 1.° Функцію задано формулою $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + 2x$. Знайдіть:
- 1) $f(3)$ і $f(-1)$; 2) нулі функції.
- 2.° Знайдіть область визначення функції:
- 1) $f(x) = \frac{x^2 - 5}{x^2 - 6x - 16}$; 2) $f(x) = \sqrt{x+4} + \frac{8}{x^2 - 9}$.

- 3.° Побудуйте графік функції $f(x) = x^2 + 4x - 5$. Користуючись графіком, знайдіть:
- 1) область значень даної функції;
 - 2) проміжок спадання функції;
 - 3) множину розв'язків нерівності $f(x) < 0$.
- 4.° Побудуйте графік функції:
- 1) $f(x) = \sqrt{x+4}$;
 - 2) $f(x) = \sqrt{x} + 4$.
- 5.° При яких значеннях p і q вершина параболи $y = x^2 + px + q$ знаходиться в точці $B(3; -7)$?

Контрольна робота № 3

Тема. Розв'язування квадратних нерівностей.

Системи рівнянь із двома змінними

- 1.° Розв'яжіть нерівність:
- 1) $x^2 + 4x - 21 > 0$;
 - 2) $x^2 - 6x + 11 > 0$;
 - 3) $x^2 < 81$;
 - 4) $x^2 + 14x + 49 \geq 0$.
- 2.° Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 2x + y = 7, \\ x^2 - xy = 6. \end{cases}$
- 3.° Знайдіть область визначення функції:
- 1) $y = \sqrt{4x - x^2}$;
 - 2) $y = \frac{8}{\sqrt{12 + x - x^2}}$.
- 4.° Розв'яжіть графічно систему рівнянь $\begin{cases} y = 2x - x^2, \\ 2x + y = 3. \end{cases}$
- 5.° Від станції A в напрямі станції B , відстань між якими дорівнює 240 км, вирушили одночасно два поїзди. Перший поїзд прибув на станцію B на 1 год раніше від другого. Знайдіть швидкість кожного поїзда, якщо другий проходить за 2 год на 40 км більше, ніж перший — за 1 год.
- 6.° Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 = 25, \\ x + 2y = 3. \end{cases}$

Контрольна робота № 4**Тема. Числові послідовності**

- 1.° Знайдіть шістнадцятий член і суму тридцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 10$ і $a_2 = 6$.
 - 2.° Знайдіть шостий член і суму п'яти перших членів геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_1 = -64$, а знаменник $q = \frac{1}{2}$.
 - 3.° Знайдіть номер члена арифметичної прогресії (a_n) , який дорівнює 10,9, якщо $a_1 = 8,5$, а різниця прогресії $d = 0,3$.
 - 4.° Які два числа треба вставити між числами 2 і -54 , щоб вони разом із даними числами утворили геометричну прогресію?
 - 5.° При якому значенні x значення виразів $x + 1$, $x + 5$ і $2x + 4$ будуть послідовними членами геометричної прогресії? Знайдіть члени цієї прогресії.
 - 6.° Знайдіть суму всіх натуральних чисел, кратних 8, які більші за 50 і менші від 180.
-

Контрольна робота № 5**Тема. Узагальнення та систематизація знань учнів**

- 1.° Розв'яжіть нерівність $3(2x + 3) \leq 49 - 2x$.
- 2.° Побудуйте графік функції $y = 8 + 2x - x^2$. Користуючись графіком, знайдіть:
 - 1) проміжок спадання функції;
 - 2) множину розв'язків нерівності $8 + 2x - x^2 \leq 0$.
- 3.° Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} x + y = 2, \\ 2x^2 + xy + y^2 = 16. \end{cases}$$
- 4.° Знайдіть суму шістнадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_6 = 1$, $a_9 = 2,8$.

5. Два оператори комп'ютерного набору, працюючи разом, можуть виконати набір певної книги за 4 дні. Якщо перший оператор набере $\frac{1}{6}$ книги, а потім його замінить другий, то всю книгу буде набрано за 7 днів. За скільки днів може виконати цю роботу кожний із них, працюючи самостійно?
6. При яких значеннях a рівняння $x^2 - (a - 6)x + 4 = 0$ не має коренів?
7. При яких значеннях a рівняння $(a + 2)x = a^2 - 9$ має тільки один від'ємний корінь?
-

Зміст

Від авторів	3
Тематичний розподіл вправ	4
Вправи	6
Варіант 1	6
Варіант 2	39
Варіант 3	72
Контрольні роботи	105
Варіант 1	105
Варіант 2	109