

А.Г. Мерзляк  
В.Б. Полонський  
Ю.М. Рабінович  
М.С. Якір

# Геометрія

9 клас

Збірник задач  
і контрольних робіт

*Схвалено  
для використання  
у загальноосвітніх навчальних закладах*

Харків  
«Гімназія»  
2019

*Схвалено для використання  
у загальноосвітніх навчальних закладах  
комісією з математики  
Науково-методичної ради з питань освіти  
Міністерства освіти і науки України  
(лист Інституту модернізації змісту освіти  
від 10.07.2017 № 21.1/12-Г-368)*

Серія «Математика від «Гімназії»

**Мерзляк А. Г.**

**М52** Геометрія. 9 кл. : Збірник задач і контрольних робіт /  
А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, Ю. М. Рабінович, М. С. Якір. —  
Х. : Гімназія, 2019. — 112 с. : іл.

**ISBN 978-966-474-297-6.**

Посібник є складовою навчально-методичного комплексу до підручника «Геометрія. 9 клас» (автори А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір). Перша частина містить вправи (три варіанти), що відповідають поданим у підручнику темам. Цей матеріал призначено для складання самостійних перевірних робіт, а також для відпрацювання навичок розв'язування задач. Друга частина містить завдання для контрольних робіт (два варіанти).

Для вчителів та учнів 9 класів загальноосвітніх навчальних закладів.

**УДК 373:512**

А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський,  
Ю. М. Рабінович, М. С. Якір, 2017

ТОВ ТО «Гімназія», оригінал-макет,  
2017

**ISBN 978-966-474-297-6**

## ВІД АВТОРІВ

Ця книга є складовою навчально-методичного комплексу до підручника «Геометрія. 9 клас» авторів А.Г. Мерзляка, В.Б. Полонського, М.С. Якіра.

Першу частину — «Вправи» поділено на три однотипних варіанти по 306 задач у кожному (задачі, що мають однакові номери, є однотипними). Цей матеріал насамперед призначено для складання самостійних перевірних робіт. Наявність для кожного типу задач ще двох аналогічних завдань дає також змогу використовувати цей матеріал для відпрацювання навичок розв'язування задач основних типів. На с. 4 наведено таблицю тематичного розподілу вправ.

Друга частина посібника містить завдання для контрольних робіт (два варіанти). Завдання за змістом можна умовно поділити на дві частини. Перша відповідає початковому та середньому рівням навчальних досягнень учнів. Завдання цієї частини позначено символом  $n^\circ$  ( $n$  — номер завдання). Друга частина відповідає достатньому та високому рівням. Завдання кожного із цих рівнів позначено символами  $n^\bullet$  і  $n^{\bullet\bullet}$  відповідно. Виконання завдань першої частини оцінюється максимально у 6 балів. Правильно розв'язані задачі достатнього рівня ( $n^\bullet$ ) додають ще 4 бали, тобто учень має можливість отримати відмінну оцінку 10 балів. Якщо учневі вдалося розв'язати ще й задачу  $n^{\bullet\bullet}$ , то він отримує оцінку 12 балів.

У посібнику відсутній розділ «Відповіді». Це зроблено для того, щоб можна було використовувати посібник як роздавальний дидактичний матеріал на контрольних і перевірних роботах.

## ТЕМАТИЧНИЙ РОЗПОДІЛ ВПРАВ

Тема	Номери вправ
Синус, косинус і тангенс кута від $0^\circ$ до $180^\circ$	1–6
Теорема косинусів	7–27
Теорема синусів	28–45
Розв'язування трикутників	46–50
Формули для знаходження площі трикутника	51–70
Правильні многокутники та їхні властивості	71–90
Довжина кола. Площа круга	91–130
Відстань між двома точками із заданими координатами. Координати середини відрізка	131–148
Рівняння кола	149–157
Рівняння прямої	158–167
Кутовий коефіцієнт прямої	168–173
Поняття вектора	174–177
Координати вектора	178–187
Додавання і віднімання векторів	188–199
Множення вектора на число	200–220
Скалярний добуток векторів	221–243
Рух (переміщення) фігури. Паралельне перенесення	244–254
Осьова симетрія	255–269
Центральна симетрія. Поворот	270–290
Гомотетія. Подібність фігур	291–306

**ВПРАВИ****Варіант 1****Синус, косинус і тангенс кута від  $0^\circ$  до  $180^\circ$** 

1. Чому дорівнює:

1)  $\sin(180^\circ - \alpha)$ , якщо  $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ ;

2)  $\cos(180^\circ - \alpha)$ , якщо  $\cos \alpha = -0,1$ ;

3)  $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha)$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha = 8$ ?

2. Знайдіть значення виразу:

1)  $3 \sin 0^\circ + 4 \cos 180^\circ$ ;

3)  $\cos^2 110^\circ + \sin^2 110^\circ$ ;

2)  $5 \sin 90^\circ - 7 \cos 0^\circ$ ;

4)  $\cos^2 40^\circ + \sin^2 140^\circ$ .

3. Знайдіть:

1)  $\cos \alpha$ , якщо  $\sin \alpha = \frac{1}{4}$  і  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ ;

2)  $\sin \alpha$ , якщо  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ ;

3)  $\cos \alpha$ , якщо  $\sin \alpha = \frac{1}{9}$ .

4. Порівняйте з нулем значення виразу:

1)  $\sin 115^\circ \cos 160^\circ$ ;

2)  $\sin 52^\circ \cos 90^\circ \operatorname{tg} 106^\circ$ .

5. Знайдіть значення виразу:

1)  $\sin 120^\circ \cos 150^\circ \operatorname{tg} 135^\circ$ ;

2)  $2 \cos^2 135^\circ + 6 \sin 150^\circ - 4 \operatorname{tg} 0^\circ \cos 141^\circ$ .

6. Знайдіть значення виразу:

1)  $\frac{\sin 34^\circ}{\sin 146^\circ} + \frac{\operatorname{tg} 98^\circ}{\operatorname{tg} 82^\circ}$ ;

2)  $\frac{\cos 118^\circ}{\cos 62^\circ} - \frac{\operatorname{tg} 27^\circ}{\operatorname{tg} 153^\circ}$ .

**Теорема косинусів**

7. Знайдіть сторону  $AC$  трикутника  $ABC$ , якщо:

1)  $AB = 4$  см,  $BC = 7$  см,  $\angle B = 60^\circ$ ;

2)  $AB = 5\sqrt{2}$  см,  $BC = 4$  см,  $\angle B = 135^\circ$ .

8. Знайдіть косинус більшого кута трикутника, сторони якого дорівнюють 5 см, 8 см і 11 см.



19. Одна зі сторін паралелограма на 5 см більша за другу, а його діагоналі дорівнюють 17 см і 19 см. Знайдіть сторони паралелограма.
20. У чотирикутнику  $ABCD$  відомо, що  $AB = BC = 10$  см,  $CD = 9$  см,  $AD = 21$  см. Знайдіть діагональ  $BD$ , якщо навколо чотирикутника  $ABCD$  можна описати коло.
21. У трапеції  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) відомо, що  $AB = 8$  см,  $BC = 5$  см,  $CD = 10$  см,  $AD = 12$  см. Знайдіть косинус кута  $A$  трапеції.
22. Сторони трикутника дорівнюють 9 см, 15 см і 16 см. Знайдіть бісектрису трикутника, проведену з вершини його найбільшого кута.
23. Сторони трикутника дорівнюють 5 см, 9 см і 10 см. Знайдіть медіану трикутника, проведену до його середньої за довжиною сторони.
24. Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 8 см, а медіана, проведена до неї, — 6 см. Знайдіть основу трикутника.
25. Сторони трикутника дорівнюють  $4\sqrt{2}$  см і 3 см, а кут між ними —  $135^\circ$ . Знайдіть медіану трикутника, проведену до його третьої сторони.
26. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $AB = 7$  см,  $BC = 9$  см. Знайдіть сторону  $AC$  і медіану  $BM$ , якщо  $BM : AC = 2 : 7$ .
27. Сторона трикутника дорівнює 42 см, а медіани, проведені до двох інших сторін, — 30 см і 60 см. Знайдіть третю медіану трикутника.

### Теорема синусів

28. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $BC = 5\sqrt{3}$  см,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $\angle B = 45^\circ$ . Знайдіть сторону  $AC$ .
29. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $AB = 3\sqrt{2}$  см,  $\angle A = 15^\circ$ ,  $\angle C = 135^\circ$ . Знайдіть сторону  $AC$ .

30. Знайдіть кут  $C$  трикутника  $ABC$ , якщо:

1)  $AC = 6$  см,  $AB = 3\sqrt{2}$  см,  $\angle B = 45^\circ$ ;

2)  $AB = 4\sqrt{6}$  см,  $BC = 8$  см,  $\angle A = 45^\circ$ .

Скільки розв'язків у кожному випадку має задача?

31. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $AB = 13$  см,  $BC = 8$  см. Чи може  $\sin A$  дорівнювати  $\frac{2}{3}$ ?

32. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $AB = 6$  см,  $\angle C = 30^\circ$ . Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABC$ .

33. Сторона трикутника дорівнює 16 см, а радіус кола, описаного навколо трикутника, —  $8\sqrt{2}$  см. Чому дорівнює кут трикутника, протилежний даній стороні?

34. Дві сторони трикутника дорівнюють  $3\sqrt{2}$  см і 4 см. Знайдіть третю сторону трикутника, якщо вона відноситься до радіуса описаного кола як  $\sqrt{2} : 1$ .

35. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $\angle A = 54^\circ$ ,  $\angle B = 66^\circ$ , відрізок  $AK$  — висота трикутника. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABK$ , якщо радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABC$ , дорівнює  $4\sqrt{3}$  см.

36. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $BC = a$ ,  $\angle B = \beta$ ,  $\angle C = \gamma$ . Знайдіть сторони  $AC$  і  $AB$ .

37. На рисунку 1  $AB = c$ ,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $\angle BAC = \alpha$ ,  $\angle CAD = \beta$ ,  $\angle D = \gamma$ . Знайдіть відрізок  $AD$ .

38. У рівнобедреному трикутнику кут при вершині дорівнює  $\alpha$ , а бісектриса кута при основі дорівнює  $m$ . Знайдіть сторони трикутника.

39. У трикутнику  $ABC$  провели бісектрису  $BD$ . Знайдіть сторони трикутника  $ABC$ , якщо  $BD = m$ ,  $\angle A = \alpha$ ,  $\angle C = \gamma$ .

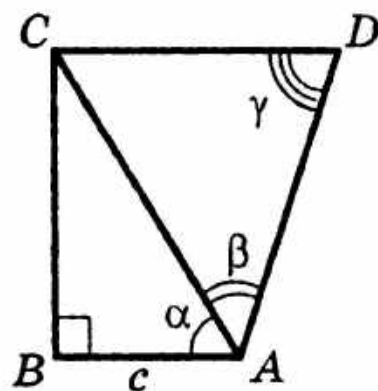


Рис. 1



40. Висоти трикутника  $ABC$  перетинаються в точці  $H$ . Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABC$ , якщо радіус кола, описаного навколо трикутника  $AHB$ , дорівнює 9 см.
41. Знайдіть радіус кола, описаного навколо рівнобедреного трикутника з основою 12 см і бічною стороною 10 см.
42. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють 5 см і 21 см, а бічна сторона — 17 см. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трапеції.
43. Діагоналі рівнобічної трапеції перпендикулярні. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трапеції, якщо її бічна сторона дорівнює  $5\sqrt{2}$  см.
44. У рівнобічній трапеції діагональ є бісектрисою гострого кута, а основи відносяться як 5 : 11. Знайдіть діагональ трапеції, якщо радіус кола, описаного навколо трапеції, дорівнює 6 см.
45. На стороні  $AB$  трикутника  $ABC$  позначили точку  $D$ . Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника  $ADC$ , якщо радіус кола, описаного навколо трикутника  $BDC$ , дорівнює 12 см,  $AC = 6$  см,  $BC = 8$  см.

### Розв'язування трикутників

46. Знайдіть невідомі сторони та кути трикутника  $ABC$ , якщо:
- 1)  $AC = 8$  см,  $\angle B = 48^\circ$ ,  $\angle C = 56^\circ$ ;
  - 2)  $AB = 4$  см,  $BC = 5$  см,  $\angle B = 110^\circ$ ;
  - 3)  $AB = 3$  см,  $BC = 4$  см,  $AC = 6$  см;
  - 4)  $AB = 4$  см,  $BC = 6$  см,  $\angle A = 100^\circ$ ;
  - 5)  $AB = 8$  см,  $BC = 9$  см,  $\angle A = 40^\circ$ ;
  - 6)  $AB = 6$  см,  $BC = 5$  см,  $\angle A = 20^\circ$ ;
  - 7)  $AB = 6$  см,  $BC = 3$  см,  $\angle A = 40^\circ$ .
47. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $AB = BC = 6$  см,  $\angle B = 40^\circ$ . Знайдіть: 1) сторону  $AC$ ; 2) висоту  $AD$ ; 3) медіану  $AM$ ;

- 4) бісектрису  $BK$ ; 5) радіус описаного кола трикутника  $ABC$ ; 6) радіус вписаного кола трикутника  $ABC$ .
48. Діагональ рівнобічної трапеції  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ) дорівнює 4 см,  $\angle CDB = 36^\circ$ ,  $\angle BDA = 48^\circ$ . Знайдіть: 1) сторони трапеції; 2) радіус кола, описаного навколо трикутника  $B CD$ .
49. Більша сторона трикутника дорівнює 6 см, а вершини трикутника ділять описане навколо нього коло на три дуги, градусні міри яких відносяться як  $1 : 4 : 7$ . Знайдіть невідомі сторони трикутника.
50. Менша сторона трикутника дорівнює 4 см. У трикутник вписано коло, яке ділиться точками дотику до сторін на дуги, градусні міри яких відносяться як  $3 : 8 : 9$ . Знайдіть невідомі сторони трикутника.

#### Формули для знаходження площі трикутника

51. Знайдіть площу трикутника, дві сторони якого дорівнюють 4 см і 7 см, а кут між ними становить: 1)  $30^\circ$ ; 2)  $120^\circ$ .
52. Знайдіть площу паралелограма, сторони якого дорівнюють 8 см і 14 см, а кут між ними —  $150^\circ$ .
53. Сторони паралелограма дорівнюють 6 см і 8 см. Чи може його площа дорівнювати  $49 \text{ см}^2$ ?
54. Знайдіть площу ромба, сторона якого дорівнює  $7\sqrt{2}$  см, а один із кутів —  $135^\circ$ .
55. Дві сторони трикутника дорівнюють 4 см і 8 см. Чи може його площа дорівнювати: 1)  $12 \text{ см}^2$ ; 2)  $18 \text{ см}^2$ ?
56. Кут при вершині рівнобедреного трикутника дорівнює  $60^\circ$ , а його площа —  $150\sqrt{3} \text{ см}^2$ . Знайдіть бічну сторону трикутника.
57. Відрізки  $AB$  і  $CD$  перетинаються в точці  $O$  (рис. 2),  $AO = OB$ ,  $CO = 3$  см,  $OD = 5$  см. Знайдіть відношення площ трикутників  $AOC$  і  $DOB$ .

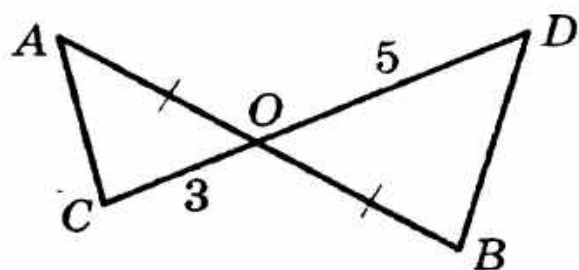


Рис. 2

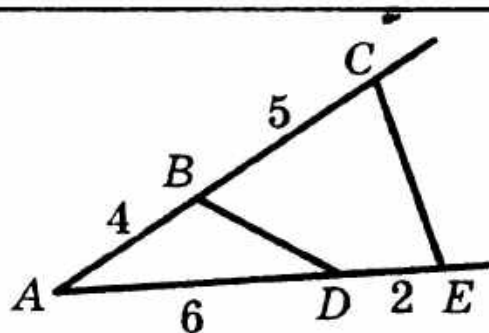


Рис. 3

58. На сторонах кута  $A$  відкладено відрізки  $AB = 4$  см,  $BC = 5$  см,  $AD = 6$  см і  $DE = 2$  см (рис. 3). Знайдіть відношення площ трикутника  $ABD$  і чотирикутника  $BCED$ .
59. Знайдіть площу трикутника зі сторонами 3 см, 25 см і 26 см.
60. Три кола, радіуси яких дорівнюють 12 см, 14 см і 16 см, попарно мають зовнішній дотик. Знайдіть площу трикутника, вершинами якого є центри цих кіл.
61. Сторони трикутника дорівнюють 9 см, 10 см і 17 см. Знайдіть найменшу висоту трикутника, радіуси його вписаного та описаного кіл.
62. У трикутник зі сторонами 26 см, 15 см і 37 см вписано коло, центр якого сполучено з вершинами трикутника. Знайдіть площі трьох утворених трикутників.
63. Бісектриса трикутника ділить його сторону на відрізки завдовжки 5 см і 6 см. Менша з двох інших сторін дорівнює 15 см. Знайдіть площу трикутника.
64. Кути ромба відносяться як  $1 : 3$ , а його сторона дорівнює 8 см. Знайдіть площу ромба.
65. Площа прямокутника дорівнює  $16\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>, а кут між його діагоналями —  $60^\circ$ . Знайдіть сторони прямокутника.
66. Діагоналі чотирикутника дорівнюють 4 см і 8 см, а кут між ними —  $30^\circ$ . Знайдіть площу чотирикутника.
67. Діагоналі чотирикутника дорівнюють 5 см і 8 см, а його площа —  $10\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>. Знайдіть кут між діагоналями чотирикутника.

68. Катет рівнобедреного прямокутного трикутника дорівнює 4 см. На сторонах трикутника у зовнішній бік побудовано квадрати. Знайдіть площу шестикутника, вершинами якого є вершини квадратів, що не належать даному трикутнику.
69. Діагоналі опуклого чотирикутника  $ABCD$  перетинаються в точці  $M$ . Площі трикутників  $AMB$ ,  $BMC$  і  $CMD$  відповідно дорівнюють  $6 \text{ см}^2$ ,  $4 \text{ см}^2$  і  $8 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу чотирикутника  $ABCD$ .
70. У коло вписано чотирикутник, сторони якого послідовно дорівнюють 3 см, 5 см, 8 см і 10 см. Знайдіть площу чотирикутника.

### Правильні многокутники та їхні властивості

71. Знайдіть кути правильного п'ятикутника.
72. Знайдіть кількість сторін правильного многокутника, якщо: 1) його кут дорівнює  $168^\circ$ ; 2) кут, суміжний із кутом многокутника, дорівнює  $18^\circ$ .
73. На рисунку 4 зображено правильний шестикутник  $ABCDEF$ ,  $K$  — точка перетину прямих  $DE$  і  $AF$ . Знайдіть кут  $AKD$ .
74. Визначте кількість сторін правильного многокутника, якщо кут, суміжний із кутом многокутника, становить  $\frac{2}{3}$  кута многокутника.

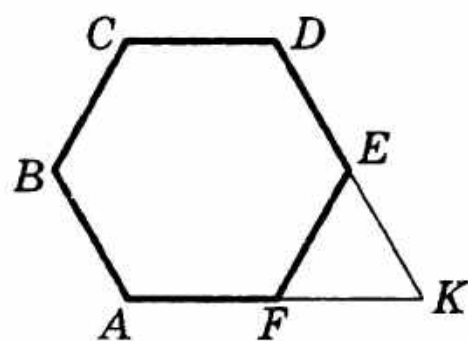


Рис. 4

75. Знайдіть центральний кут правильного тридцятикутника.
76. Центральний кут правильного многокутника дорівнює  $15^\circ$ . Знайдіть кількість сторін многокутника.
77. Нехай  $a_3$  — сторона правильного трикутника,  $R$  і  $r$  — відповідно радіуси описаного навколо нього та вписаного в нього кіл. Заповніть таблицю (розміри дано в сантиметрах).

$a_3$	$R$	$r$
$9\sqrt{3}$		
	$2\sqrt{3}$	
		4

78. Знайдіть радіуси описаного навколо правильного трикутника та вписаного в нього кіл, якщо їхня різниця дорівнює 8 см.
79. Знайдіть відношення площ правильних трикутника та чотирикутника, сторони яких рівні.
80. Знайдіть площу правильного дванадцятикутника, вписаного в коло, радіус якого дорівнює 4 см.
81. Відрізки  $AB$ ,  $BC$  і  $CD$  — три послідовні сторони правильного многокутника. Продовження сторін  $AB$  і  $CD$  перетинаються в точці  $M$ ,  $\angle BMC = 140^\circ$ . Знайдіть кількість сторін даного правильного многокутника.
82. Висота правильного трикутника дорівнює 12 см. Чому дорівнює радіус: 1) описаного навколо нього кола; 2) вписаного в нього кола?
83. Навколо квадрата зі стороною  $5\sqrt{2}$  см описано коло. Знайдіть сторону правильного шестикутника, описаного навколо цього кола.
84. Радіус кола, описаного навколо правильного многокутника, дорівнює 8 см, а радіус кола, вписаного в нього, —  $4\sqrt{3}$  см. Знайдіть сторону многокутника та кількість його сторін.
85. У коло радіуса 6 см вписано правильний трикутник. У цей трикутник вписано коло, а в коло — квадрат. Знайдіть сторону квадрата.
86. Навколо квадрата зі стороною  $a$  описано коло, навколо цього кола описано правильний шестикутник. Знайдіть радіус кола, описаного навколо шестикутника.

87. У коло радіуса  $4\sqrt{3}$  см вписано правильний трикутник. На його висоті як на стороні побудовано другий правильний трикутник, і в нього вписано коло. Знайдіть радіус цього кола.
88. Сторона правильного восьмикутника  $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$  дорівнює 6 см. Знайдіть діагоналі  $A_1A_3$ ,  $A_1A_4$  і  $A_1A_5$ .
89. Знайдіть сторону правильного шестикутника  $ABCDEF$ , якщо його діагональ  $AC$  дорівнює 12 см.
90. Сторона правильного дванадцятикутника дорівнює 6 см. Його сторони, узяті через одну, продовжили до перетину так, що утворився правильний шестикутник. Знайдіть сторону цього шестикутника.

#### Довжина кола. Площа круга

91. Знайдіть довжину кола, радіус якого дорівнює 4 см.
92. Знайдіть площу круга, радіус якого дорівнює:
- 1) 3 см;                                      2)  $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$  см.
93. Чому дорівнює радіус кола, довжина якого дорівнює  $\pi$  см?
94. Знайдіть радіус круга, площа якого дорівнює  $4\pi$  см<sup>2</sup>.
95. Радіус кола збільшили: 1) у 5 разів; 2) на 5 см. Як при цьому змінилася довжина кола?
96. Радіус круга зменшили в 3 рази. Як при цьому змінилася площа круга?
97. Площі двох кругів відносяться як 4 : 9. Чому дорівнює відношення їхніх радіусів?
98. Знайдіть площу круга, довжина кола якого дорівнює  $8\pi$  см.
99. Знайдіть площу кільця, що міститься між двома колами, які мають спільний центр і радіуси яких дорівнюють 4 см і 6 см.
100. Знайдіть довжину кола та площу круга, описаних навколо правильного трикутника зі стороною 9 см.

101. Знайдіть відношення площ вписаного в правильний шестикутник і описаного навколо нього кругів.
102. Знайдіть площу круга, описаного навколо рівнобедреного трикутника з бічною стороною 4 см і кутом  $30^\circ$  при основі.
103. Знайдіть площу круга, вписаного в рівнобедрений трикутник, основа якого дорівнює 10 см, а бічна сторона — 13 см.
104. Сторони трикутника дорівнюють 13 см, 14 см і 15 см. Знайдіть площі описаного навколо нього та вписаного в нього кругів.
105. Площа круга, вписаного в рівнобічну трапецію, дорівнює  $12\pi$  см<sup>2</sup>, а один із кутів трапеції дорівнює  $60^\circ$ . Знайдіть площу трапеції.
106. Побудуйте коло, довжина якого дорівнює сумі довжин трьох даних кіл.
107. У півкруг вписано прямокутний трикутник, гіпотенуза якого збігається з діаметром півкруга, а катети дорівнюють 8 см і  $8\sqrt{3}$  см. Знайдіть площу частини півкруга, розміщеної поза трикутником.
108. Два круги мають спільну хорду. Знайдіть відношення площ цих кругів, якщо із центра першого круга цю хорду видно під кутом  $60^\circ$ , а із центра другого — під кутом  $120^\circ$ .
109. Сторони трикутника дорівнюють 13 см, 20 см і 21 см. У трикутник вписано півкруг, центр якого лежить на середній за довжиною стороні трикутника. Знайдіть площу півкруга.
110. Вантаж піднімають за допомогою блока (рис. 5). На скільки метрів підніметься вантаж за 6 обертів блока, якщо радіус блока дорівнює 6 см? Відповідь округліть до десятих.

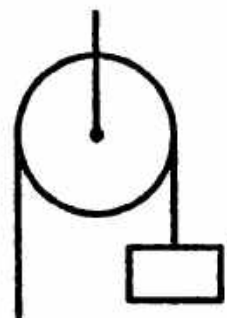


Рис. 5









141. Знайдіть координати точки, яка ділить відрізок  $AB$  у відношенні  $3 : 1$ , рахуючи від точки  $A$ , якщо  $A(3; -5)$ ,  $B(-1; 7)$ .
142. Чотирикутник  $ABCD$  — паралелограм,  $A(-3; -2)$ ,  $B(5; 3)$ ,  $C(3; -5)$ . Знайдіть координати вершини  $D$ .
143. Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  з вершинами в точках  $A(3; -4)$ ,  $B(-6; 1)$ ,  $C(-5; 2)$  і  $D(4; -3)$  є паралелограмом.
144. Знайдіть довжину відрізка, кінці якого лежать на осях координат, а серединою є точка  $M(-4; 3)$ .
145. Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  з вершинами в точках  $A(-2; 1)$ ,  $B(1; 4)$ ,  $C(5; 0)$  і  $D(2; -3)$  є прямокутником.
146. Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  з вершинами в точках  $A(2; 1)$ ,  $B(5; -3)$ ,  $C(9; 0)$  і  $D(6; 4)$  є квадратом.
147. Знайдіть координати вершини  $A$  рівностороннього трикутника  $ABC$ , якщо відомо координати вершин  $B(-2; 0)$  і  $C(4; 0)$ .
148. Точки  $A(-3; 1)$ ,  $B(2; 4)$  і  $C(1; -3)$  — середини сторін деякого трикутника. Знайдіть координати його вершин.

### Рівняння кола

149. Знайдіть за рівнянням кола координати його центра та радіус:
- |                               |                           |
|-------------------------------|---------------------------|
| 1) $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$ ;  | 3) $x^2 + (y+5)^2 = 25$ ; |
| 2) $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 16$ ; | 4) $(x-2)^2 + y^2 = 14$ . |
150. Складіть рівняння кола, якщо відомо координати його центра  $K$  і радіус  $R$ :
- 1)  $K(2; 5)$ ,  $R=2$ ;    2)  $K(-4; 0)$ ,  $R=1$ ;    3)  $K(0; 5)$ ,  $R=\sqrt{3}$ .
151. Складіть рівняння кола із центром у точці  $P(3; -1)$ , яке проходить через точку  $M(-2; -4)$ .
152. Складіть рівняння кола, діаметром якого є відрізок  $AB$ , якщо  $A(3; -6)$ ,  $B(-1; 4)$ .

153. Складіть рівняння кола, радіусом якого є відрізок  $MN$ , якщо  $M(-3; 1)$ ,  $N(1; 6)$ .
154. Складіть рівняння кола, яке дотикається до осі ординат і центр якого знаходиться в точці  $A(-5; 8)$ .
155. Складіть рівняння кола, яке проходить через точку  $D(-8; -2)$ , якщо центр кола належить осі ординат, а радіус дорівнює 10.
156. Доведіть, що дане рівняння є рівнянням кола, і вкажіть координати центра та радіус цього кола:  
 1)  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 7 = 0$ ;                      2)  $x^2 + y^2 - 8y = 0$ .
157. Знайдіть координати центра та радіус кола, заданого рівнянням  $x^2 - 4x + y^2 + 6y + 9 = 0$ . Визначте розміщення точок  $A(1; -5)$ ,  $B(4; -3)$  і  $C(3; -2)$  відносно цього кола.

### Рівняння прямої

158. Знайдіть координати точок перетину прямої  $3x + 7y = 21$  з осями координат. Чи належить цій прямій точка:  
 1)  $K(-7; 6)$ ; 2)  $P(2; 3)$ ?
159. Складіть рівняння прямої, яка проходить через точку  $M(5; -7)$  і паралельна:  
 1) осі абсцис;    2) осі ординат.
160. Складіть рівняння прямої, яка проходить через точки  $A(-1; 4)$  і  $B(3; -8)$ .
161. Запишіть рівняння прямої, зображеної на рисунку 7.

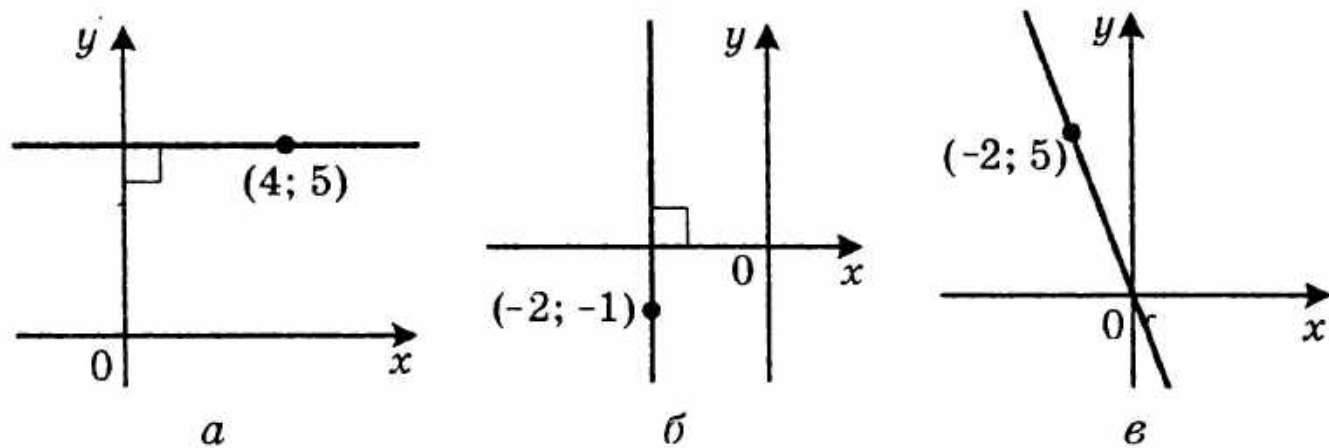


Рис. 7

162. Знайдіть координати точки перетину прямих  $9x + 5y = 1$  і  $2x + 3y = 8$ .
163. Точки  $A(-4; 1)$ ,  $B(3; 4)$  і  $C(-1; -6)$  — вершини трикутника  $ABC$ . Складіть рівняння прямої, яка містить медіану  $AM$  трикутника  $ABC$ .
164. При якому значенні  $a$  точки  $K(5; -4)$ ,  $P(-1; a)$  і  $F(3; -9)$  лежать на одній прямій?
165. Доведіть, що коло  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 17$  і пряма  $x - y = 8$  перетинаються, і знайдіть координати точок їхнього перетину.
166. Знайдіть відстань від початку координат до прямої  $2x - y = 4$ .
167. Складіть рівняння геометричного місця центрів кіл, які проходять через точки  $A(2; -3)$  і  $B(-6; -1)$ .

### Кутовий коефіцієнт прямої

168. Складіть рівняння прямої, яка проходить через точку  $C(3; -1)$ , кутовий коефіцієнт якої дорівнює: 1)  $-2$ ; 2)  $0$ .
169. Знайдіть кутовий коефіцієнт прямої, яка проходить через точки:  
 1)  $A(3; 2)$  і  $B(-4; 1)$ ;                      2)  $A(5; -7)$  і  $B(4; -7)$ .
170. Складіть рівняння прямої, яка проходить через точку  $K(-2; 5)$  і паралельна прямій  $y = 4x - 2$ .
171. Складіть рівняння прямої, яка проходить через точку  $F(3; -5)$  і утворює з додатним напрямом осі абсцис кут:  
 1)  $45^\circ$ ; 2)  $135^\circ$ .
172. Запишіть рівняння прямої, зображеної на рисунку 8.

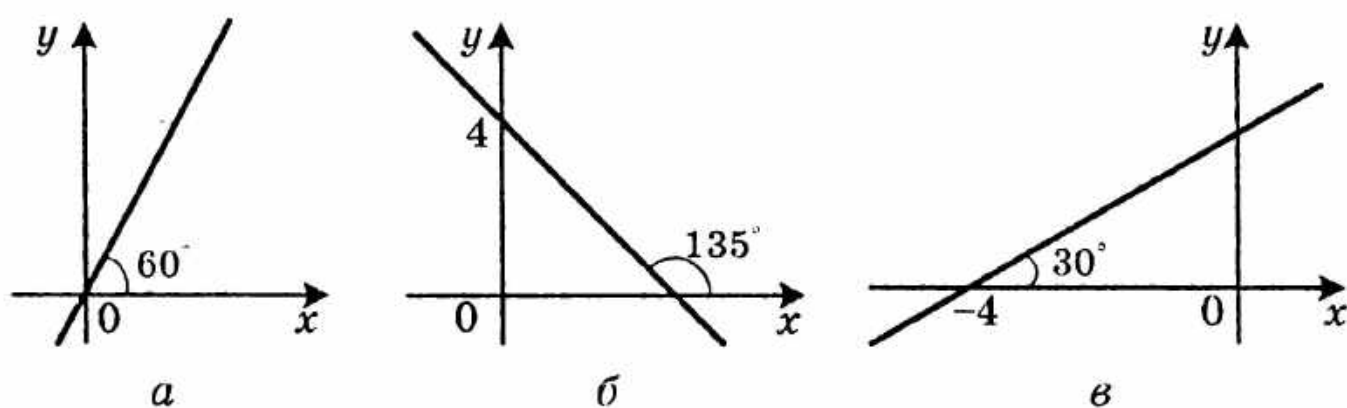


Рис. 8

173. Серед даних прямих укажіть пари паралельних прямих:

1)  $3x - 4y = -8$ ;

3)  $4x - 7y = -6$ ;

5)  $x - 2y = 1$ .

2)  $6x - 8y = 9$ ;

4)  $5x - 10y = -7$ ;

### Поняття вектора

174. На рисунку 9 зображено вектор  $\overline{AC}$ . Укажіть початок і кінець цього вектора. Відкладіть від точки  $M$  вектор, рівний вектору  $\overline{AC}$ , і вектор, протилежно напрямлений з вектором  $\overline{AC}$ , модуль якого дорівнює модулю вектора  $\overline{AC}$ .

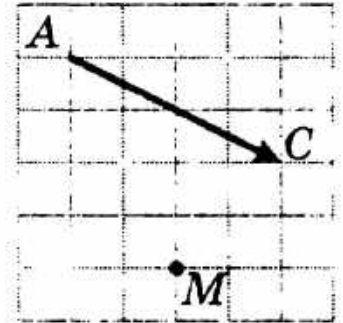


Рис. 9

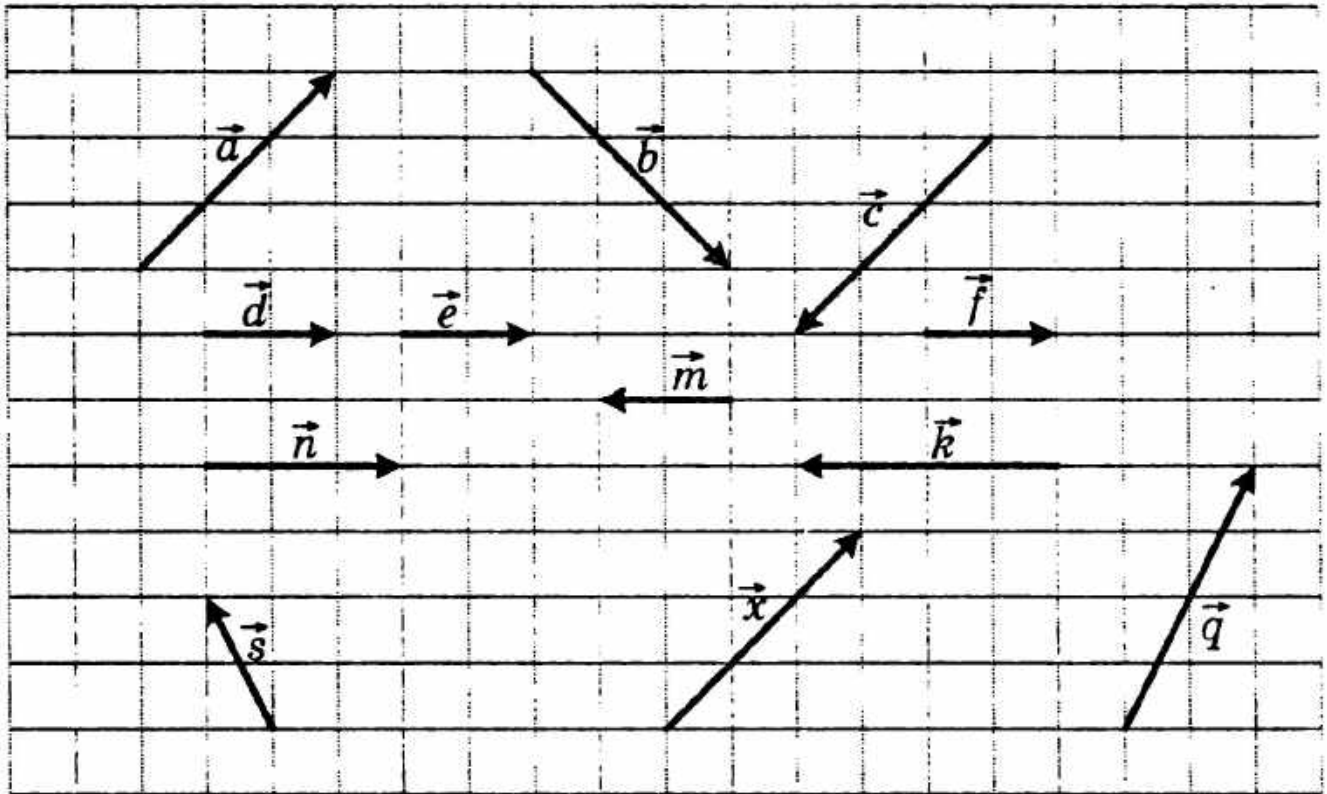


Рис. 10

175. Які з векторів, зображених на рисунку 10: 1) є рівними; 2) співнаправлені; 3) протилежно напрямлені; 4) колінеарні; 5) мають рівні модулі?

176. Чотирикутник  $ABCD$  — ромб (рис. 11). Укажіть вектор, рівний вектору: 1)  $\overline{CD}$ ; 2)  $\overline{DC}$ ; 3)  $\overline{BO}$ ; 4)  $\overline{DO}$ .

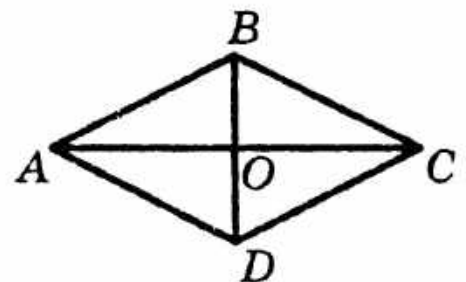


Рис. 11

177. У прямокутнику  $ABCD$  відомо, що  $AB = 5$  см,  $BD = 13$  см,  $O$  — точка перетину діагоналей. Знайдіть: 1)  $|\overline{CD}|$ ; 2)  $|\overline{AO}|$ ; 3)  $|\overline{BC}|$ .

### Координати вектора

178. Знайдіть координати вектора  $\overline{AB}$ , якщо:

1)  $A(5; -7), B(3; 1)$ ;

2)  $A(-8; 0), B(0; 8)$ .

179. Дано точки  $A(3; -7), B(x; -5), C(5; 8), D(5; y)$ . Знайдіть  $x$  і  $y$ , якщо  $\overline{AB} = \overline{CD}$ .

180. Знайдіть координати вектора  $\overline{DE}$  (рис. 12).

181. Від точки  $A(4; -3)$  відкладено вектор  $\overline{m}(-1; 8)$ . Знайдіть координати кінця вектора  $\overline{m}$ .

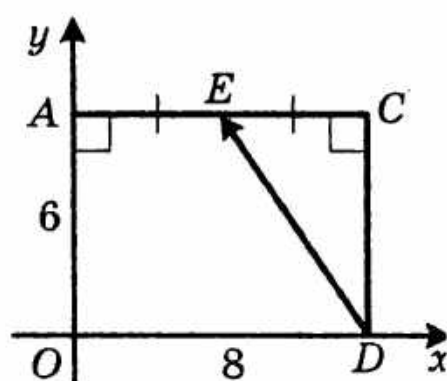


Рис. 12

182. Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$

з вершинами в точках  $A(3; -4)$ ,

$B(-2; 7), C(-4; 16)$  і  $D(1; 5)$  є паралелограмом.

183. Дани координати трьох вершин паралелограма  $ABCD$ :  $A(3; -2), B(-4; 1), C(-2; -3)$ . Знайдіть координати вершини  $D$ .

184. Серед векторів  $\overline{a}(3; -4), \overline{b}(-4; 2), \overline{c}(3; \sqrt{11}), \overline{d}(-2; -4), \overline{e}(-1; -2\sqrt{6}), \overline{f}(-4; 5)$  знайдіть ті, які мають рівні модулі.

185. Модуль вектора  $\overline{m}(-5; y)$  дорівнює 13. Знайдіть  $y$ .

186. Модуль вектора  $\overline{c}$  дорівнює 2, а його координати є рівними. Знайдіть координати вектора  $\overline{c}$ .

187. Модуль вектора  $\overline{m}(x; y)$  дорівнює  $\sqrt{5}$ , а координата  $x$  цього вектора більша за координату  $y$  на 1. Знайдіть координати вектора  $\overline{m}$ .

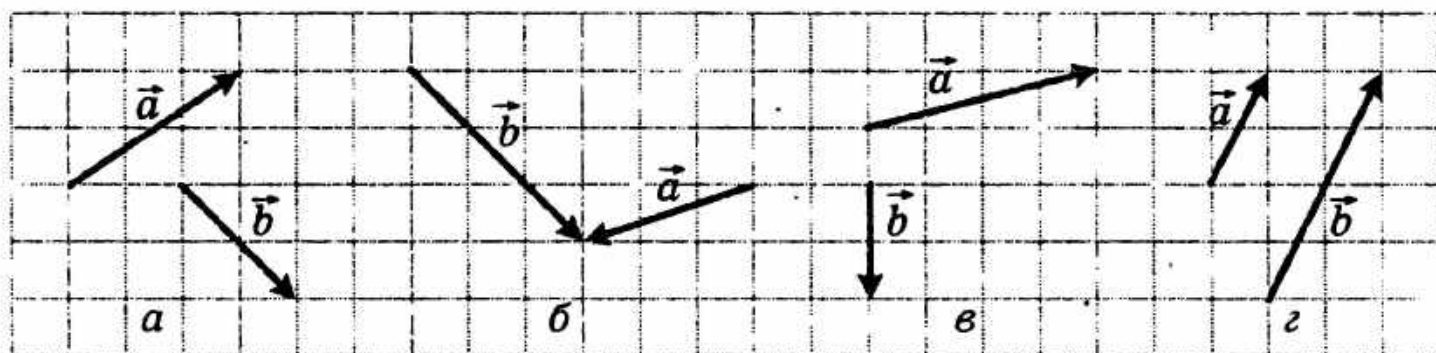


Рис. 13

### Додавання і віднімання векторів

188. За допомогою правила трикутника побудуйте суму векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , зображених на рисунку 13.

189. За допомогою правила паралелограма побудуйте суму векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , зображених на рисунку 13, а, б, в.

190. Для векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , зображених на рисунку 13, побудуйте вектор  $\vec{a} - \vec{b}$ .

191. Чотирикутник  $ABCD$  — прямокутник,  $O$  — точка перетину його діагоналей. Серед даних пар векторів укажіть пари протилежних векторів:

- |  |  |  |
|--|--|--|
| 1) $\overline{AB}$ і $\overline{DC}$ ; | 3) $\overline{AO}$ і $\overline{CO}$ ; | 5) $\overline{AB}$ і $\overline{BA}$ ; |
| 2) $\overline{BC}$ і $\overline{DA}$ ; | 4) $\overline{BO}$ і $\overline{OD}$ ; | 6) $\overline{AD}$ і $\overline{CD}$ . |

192. Чотирикутник  $ABCD$  — паралелограм. Знайдіть:

- |  |  |
|--|--|
| 1) $\overline{AB} - \overline{DC} + \overline{BC}$ ; | 3) $\overline{AD} + \overline{AB} - \overline{BD} - \overline{DC}$ . |
| 2) $\overline{AB} - \overline{AC} + \overline{AD}$ ; |  |

193. Чи може бути нульовим вектором сума трьох векторів, модулі яких дорівнюють:

- |             |             |              |
|-------------|-------------|--------------|
| 1) 2; 3; 6; | 2) 4; 5; 9; | 3) 5; 8; 12? |
|-------------|-------------|--------------|

194. Дано вектори  $\vec{a}(4; -5)$  і  $\vec{b}(-1; 7)$ . Знайдіть:

- |                          |                          |                            |                            |
|--------------------------|--------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 1) $\vec{a} + \vec{b}$ ; | 2) $\vec{a} - \vec{b}$ ; | 3) $ \vec{a} + \vec{b} $ ; | 4) $ \vec{a} - \vec{b} $ . |
|--------------------------|--------------------------|----------------------------|----------------------------|



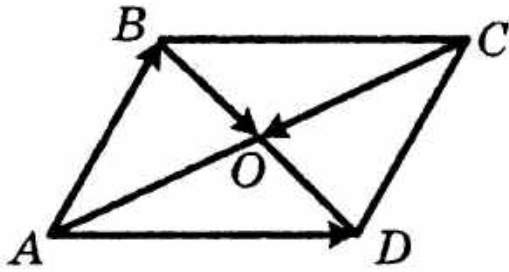


Рис. 14

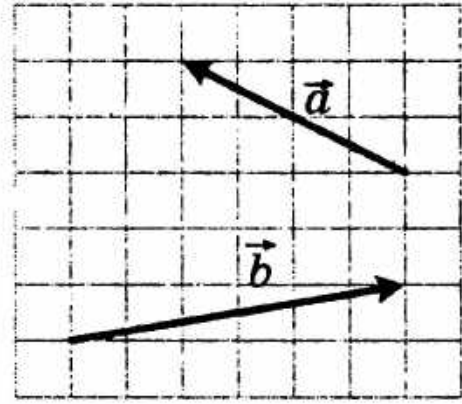


Рис. 15

195. Дано точки  $A(4; 1)$  і  $B(-2; -3)$ . Знайдіть координати точки  $C$  такої, що  $\overline{CA} + \overline{CB} = \vec{0}$ .
196. Знайдіть координати векторів  $\vec{m}$  і  $\vec{n}$ , якщо їхня сума має координати  $(5; -2)$ , а різниця —  $(7; 5)$ .
197. Діагоналі паралелограма  $ABCD$  перетинаються в точці  $O$  (рис. 14). Виразіть вектори  $\overline{AB}$  і  $\overline{AD}$  через вектори  $\overline{CO} = \vec{a}$  і  $\overline{BO} = \vec{b}$ .
198. Дано вектори  $\vec{a}(3; -4)$ ,  $\vec{b}(-2; 7)$ ,  $\vec{c}(-6; y)$ . Знайдіть найменше значення модуля вектора  $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .
199. Знайдіть геометричне місце точок  $C(x; y)$  координатної площини таких, що для точок  $A(-3; 2)$  і  $B(1; 5)$  виконується рівність  $|\overline{BC}| = |\overline{AB}|$ .

### Множення вектора на число

200. Дано вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  (рис. 15). Побудуйте вектор:
- 1)  $2\vec{a}$ ;
  - 2)  $-\frac{2}{3}\vec{b}$ ;
  - 3)  $\frac{1}{2}\vec{b} - \vec{a}$ .
201. Побудуйте два неколінеарних вектори  $\vec{m}$  і  $\vec{n}$ . Позначте довільну точку та відкладіть від неї вектор:
- 1)  $3\vec{m} - 2\vec{n}$ ;
  - 2)  $\frac{1}{4}\vec{m} + \frac{2}{5}\vec{n}$ .
202. Відомо, що  $|\vec{a}| = 3$ . Чому дорівнює модуль вектора:
- 1)  $4\vec{a}$ ;
  - 2)  $-0,7\vec{a}$  ?

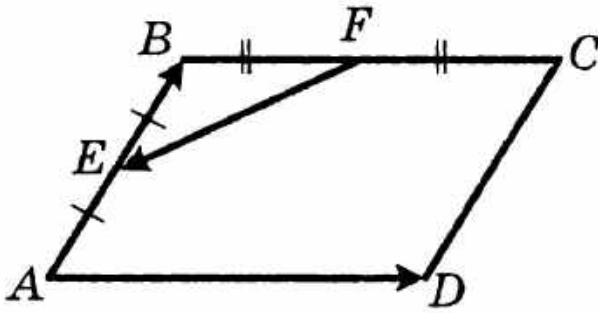


Рис. 16

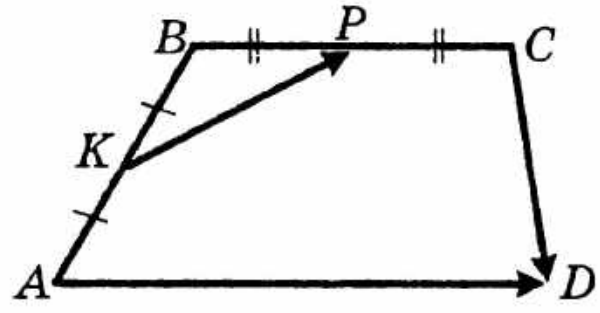


Рис. 17

203. Знайдіть модуль вектора  $\vec{m} = -3\vec{p}$ , де  $\vec{p}(4; -3)$ .
204. Дано вектори  $\vec{a}(2; -3)$  і  $\vec{b}(4; -5)$ . Знайдіть координати вектора:
- 1)  $2\vec{a} + \vec{b}$ ;
  - 2)  $3\vec{b} - 4\vec{a}$ .
205. Знайдіть модуль вектора  $\vec{n} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$ , де  $\vec{a}(1; -2)$ ,  $\vec{b}(-1; 3)$ .
206. Точки  $E$  і  $F$  — середини сторін  $AB$  і  $BC$  паралелограма  $ABCD$  (рис. 16). Виразіть вектор  $\vec{FE}$  через вектори  $\vec{AB} = \vec{a}$  і  $\vec{AD} = \vec{b}$ .
207. Точки  $K$  і  $P$  — середини сторін  $AB$  і  $BC$  трапеції  $ABCD$  (рис. 17). Виразіть вектор  $\vec{KP}$  через вектори  $\vec{AD} = \vec{a}$  і  $\vec{CD} = \vec{b}$ .
208. Відомо, що  $O$  — точка перетину діагоналей опуклого чотирикутника  $ABCD$ ,  $AO:OC = 5:7$ ,  $BO:OD = 3:4$ . Виразіть вектори  $\vec{AB}$ ,  $\vec{BC}$ ,  $\vec{CD}$  і  $\vec{DA}$  через вектори  $\vec{OA} = \vec{a}$  і  $\vec{OB} = \vec{b}$ .
209. На сторонах  $AC$  і  $BC$  трикутника  $ABC$  позначено такі точки  $D$  і  $E$  відповідно, що  $AD:DC = 3:2$ ,  $BE:EC = 1:3$ . Виразіть вектори  $\vec{BC}$ ,  $\vec{AC}$ ,  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AE}$  і  $\vec{BD}$  через вектори  $\vec{BE} = \vec{a}$  і  $\vec{AD} = \vec{b}$ .



219. Відомо, що  $O$  — точка перетину діагоналей трапеції  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ),  $BC = 3$ ,  $AD = 7$ . Знайдіть таке число  $x$ , що:

$$1) \overline{OC} = x \cdot \overline{AC}; \quad 2) \overline{OB} = x \cdot \overline{OD}.$$

220. Дано вектори  $\vec{a}(3; -4)$ ,  $\vec{b}(2; 3)$  і  $\vec{m}(8; -5)$ . Знайдіть такі числа  $x$  і  $y$ , що  $\vec{m} = x\vec{a} + y\vec{b}$ .

### Скалярний добуток векторів

221. Знайдіть скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , якщо:

$$1) |\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 5, \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ;$$

$$2) |\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 7, \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ;$$

$$3) |\vec{a}| = 9, |\vec{b}| = 8, \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ.$$

222. Кут між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  дорівнює  $120^\circ$ ,  $|\vec{a}| = 5$ ,  $|\vec{b}| = 6$ .

Знайдіть:

$$1) \vec{a} \cdot \vec{b}; \quad 2) (2\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot \vec{a}.$$

223. Кут між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  дорівнює  $30^\circ$ ,  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ .

Знайдіть скалярний добуток  $(\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{a} + \vec{b})$ .

224. Знайдіть скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , якщо:

$$1) \vec{a}(3; 4), \vec{b}(5; 2); \quad 2) \vec{a}(4; -3), \vec{b}(-6; 1).$$

225. Дано вектори  $\vec{a}(3; -2)$  і  $\vec{b}(x; 4)$ . При якому значенні  $x$  виконується рівність  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 15$ ?

226. Знайдіть косинус кута між векторами  $\vec{a}(-2; 3)$  і  $\vec{b}(3; -4)$ .

227. Медіани  $BM$  і  $CD$  правильного трикутника  $ABC$  зі стороною 18 см перетинаються в точці  $O$ . Знайдіть скалярний добуток векторів:

$$1) \overline{AB} \text{ і } \overline{AC}; \quad 3) \overline{BM} \text{ і } \overline{AC}; \quad 5) \overline{CD} \text{ і } \overline{OM};$$

$$2) \overline{AB} \text{ і } \overline{BC}; \quad 4) \overline{OM} \text{ і } \overline{OC}; \quad 6) \overline{OB} \text{ і } \overline{OM}.$$

228. Дано вектори  $\vec{a}(5; 2)$  і  $\vec{b}(-4; y)$ . При якому значенні  $y$  вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  є перпендикулярними?
229. Дано вектори  $\vec{a}(3; -5)$  і  $\vec{b}(x; 6)$ . При яких значеннях  $x$  кут між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  є:
- 1) гострим;                      2) прямим;                      3) тупим?
230. Знайдіть координати вектора  $\vec{m}$ , колінеарного вектору  $\vec{n}(-3; 1)$ , якщо  $\vec{m} \cdot \vec{n} = 24$ .
231. Знайдіть координати вектора, який перпендикулярний вектору  $\vec{m}(2; 5)$  і модуль якого дорівнює модулю вектора  $\vec{m}$ .
232. Дано вектори  $\vec{a}(-2; 3)$  і  $\vec{b}(1; -3)$ . Знайдіть значення  $m$ , при якому вектори  $\vec{a} + m\vec{b}$  і  $\vec{b}$  є перпендикулярними.
233. Дано вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ ,  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$ .  
Знайдіть:
- 1)  $|\vec{a} + \vec{b}|$ ;                      2)  $|2\vec{a} - 3\vec{b}|$ .
234. Знайдіть косинус кута між векторами  $\vec{a} = \vec{m} + 3\vec{n}$  і  $\vec{b} = 2\vec{m} - \vec{n}$ , якщо  $|\vec{m}| = |\vec{n}| = 1$  і  $\vec{m} \perp \vec{n}$ .
235. Знайдіть косинуси кутів, які утворює вектор  $\overline{AB}$ , де  $A(-5; 4)$ ,  $B(1; -4)$ , з додатними напрямками координатних осей.
236. Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  з вершинами  $A(-2; 1)$ ,  $B(2; 5)$ ,  $C(5; 2)$  і  $D(1; -2)$  є прямокутником.
237. Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  з вершинами  $A(-2; 3)$ ,  $B(2; 7)$ ,  $C(6; 3)$  і  $D(2; -1)$  є квадратом.
238. Яким трикутником — гострокутним, тупокутним чи прямокутним — є трикутник  $ABC$ , якщо  $A(-3; 2)$ ,  $B(5; 3)$ ,  $C(-4; -3)$ ?

239. Знайдіть косинус кута між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , якщо  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ , а вектори  $\vec{a} + 2\vec{b}$  і  $3\vec{a} + \vec{b}$  перпендикулярні.

240. Знайдіть геометричне місце точок  $K(x; y)$  координатної площини таких, що для точок  $A(3; -2)$  і  $B(5; 4)$  виконується рівність:

$$1) \overline{AK} \cdot \overline{AB} = 0;$$

$$2) \overline{AK} \cdot \overline{BK} = 4.$$

241. Складіть рівняння прямої, яка дотикається до кола із центром  $M(3; -1)$  у точці  $E(2; 4)$ .

242. Складіть рівняння прямої, яка містить висоту  $AH$  трикутника  $ABC$ , якщо  $A(4; 5)$ ,  $B(-3; 1)$ ,  $C(-5; -6)$ .

243. Точка  $M$  — середина сторони  $AB$  квадрата  $ABCD$ . Знайдіть косинус кута між прямими  $AC$  і  $DM$ .

#### Рух (переміщення) фігури. Паралельне перенесення

244. Дано рівнобічну трапецію  $ABCD$  з основами  $AD$  і  $BC$ , точка  $M$  — середина сторони  $CD$ . Чи існує паралельне перенесення, при якому: 1) сторона  $CD$  є образом сторони  $AB$ ; 2) сторона  $AD$  є образом сторони  $BC$ ; 3) відрізок  $CM$  є образом відрізка  $MD$ ? У разі ствердної відповіді вкажіть вектор, на який має здійснюватися паралельне перенесення.

245. Побудуйте образ трикутника  $ABC$  при паралельному перенесенні на вектор  $\vec{a}$  (рис. 19).

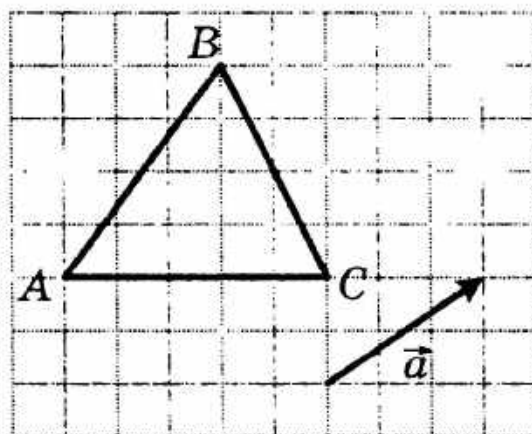


Рис. 19

246. Побудуйте образи точок  $A(1; 3)$ ,  $B(0; -4)$  і  $C(2; 0)$  при паралельному перенесенні на вектор  $\vec{a}(2; 0)$ . Запишіть координати побудованих точок.
247. Знайдіть точки, які є образами точок  $A(3; -1)$  і  $B(0; 4)$  при паралельному перенесенні на вектор  $\vec{m}(3; -4)$ . Образами яких точок при такому паралельному перенесенні є точки  $M(-2; 1)$  і  $N(5; 0)$ ?
248. Знайдіть вектор, при паралельному перенесенні на який образом точки  $A(3; 1)$  буде точка  $B(-1; 4)$ , і вектор, при паралельному перенесенні на який образом точки  $B$  буде точка  $A$ .
249. При паралельному перенесенні образом точки  $A(-2; 3)$  є точка  $B(-3; 5)$ . Яка точка є образом точки  $C(4; -3)$  при цьому паралельному перенесенні?
250. Вершинами трикутника  $ABC$  є точки  $A(-2; 4)$ ,  $B(3; -2)$  і  $C(-1; -3)$ . Виконали паралельне перенесення трикутника  $ABC$ , при якому образом точки  $B$  є точка  $C$ . Які координати вершин отриманого трикутника? Зробіть рисунок.
251. Дано точки  $K(-4; 7)$  і  $P(8; -1)$ . При паралельному перенесенні образом середини відрізка  $KP$  є точка  $M(-3; -1)$ . Знайдіть образи точок  $K$  і  $P$  при цьому паралельному перенесенні.
252. Точки  $A(-1; 4)$ ,  $B(5; -2)$  і  $C(-6; -1)$  є вершинами паралелограма  $ABCD$ . При паралельному перенесенні образом точки  $A$  є точка  $A_1(2; -7)$ . Знайдіть образи точок  $B$ ,  $C$  і  $D$  при цьому паралельному перенесенні.
253. Знайдіть рівняння кола, яке є образом кола  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 14$  при паралельному перенесенні на вектор  $\vec{a}(2; -1)$ .

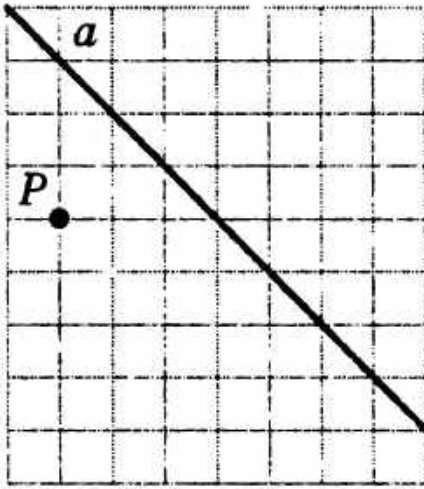


Рис. 20

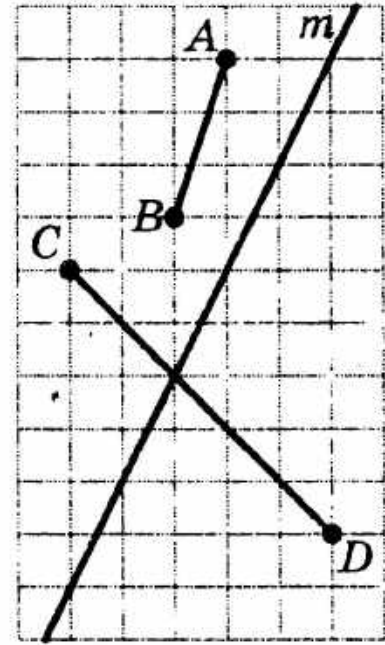


Рис. 21

254. Виконали паралельне перенесення прямої  $2x + 3y = 6$ . Запишіть рівняння отриманої прямої, якщо вона проходить через точку: 1)  $O(0; 0)$ ; 2)  $B(-1; 4)$ .

### Осьова симетрія

255. Пряма  $a$  проходить через середину основи  $AC$  рівнобедреного трикутника  $ABC$ . Чи можна стверджувати, що пряма  $a$  є віссю симетрії трикутника  $ABC$ ?
256. Дано пряму  $a$  і точку  $P$ , що їй не належить (рис. 20). Побудуйте точку, симетричну точці  $P$  відносно прямої  $a$ .
257. Побудуйте образи відрізків  $AB$  і  $CD$ , зображених на рисунку 21, при симетрії відносно прямої  $m$ .
258. Накресліть коло радіуса 3 см і проведіть пряму, яка не проходить через його центр. Побудуйте коло, симетричне даному відносно цієї прямої.
259. Накресліть рівносторонній трикутник зі стороною 3 см, проведіть пряму, яка проходить через одну з його вершин і не має з трикутником інших спільних точок. Побудуйте трикутник, симетричний даному відносно цієї прямої.
260. Накресліть рівносторонній трикутник  $ABC$  зі стороною 2 см і проведіть пряму  $m$ , яка перетинає сторони  $AB$  і  $BC$ . Побудуйте трикутник, симетричний трикутнику  $ABC$  відносно прямої  $m$ .



261. У якому разі пряма  $m$  є віссю симетрії відрізка  $AB$ ?

262. На рисунку 22  $AB = AD$ ,  $CB = CD$ .

Доведіть, що точки  $B$  і  $D$  симетричні відносно прямої  $AC$ .

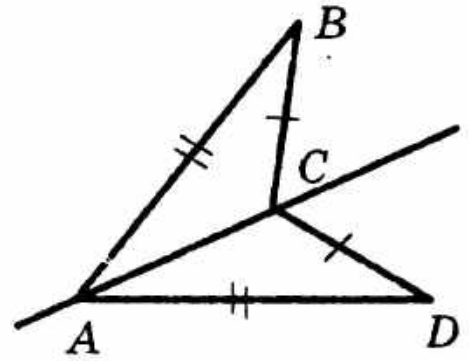


Рис. 22

263. Доведіть, що коли пряма, яка містить діагональ паралелограма, є його віссю симетрії, то цей паралелограм — ромб.

264. Знайдіть координати точки, симетричної точці  $K(3; -1)$  відносно: 1) осі абсцис; 2) осі ординат.

265. Точки  $A(x; -1)$  і  $B(7; y)$  симетричні відносно: 1) осі абсцис; 2) осі ординат. Знайдіть  $x$  і  $y$ .

266. Осями симетрії ромба є прямі  $x = -2$  і  $y = 1$ . Двома його сусідніми вершинами є точки  $A(-2; 3)$  і  $B(2; 1)$ . Знайдіть координати решти вершин ромба.

267. Знайдіть координати точок, симетричних точкам  $M(3; -4)$  і  $K(4; 0)$  відносно прямої  $y = x$ .

268. Осями симетрії прямокутника є прямі  $y = 5$  і  $x = 3$ . Одна з його вершин має координати  $(-2; 3)$ . Знайдіть координати решти вершин прямокутника.

269. Діагоналі ромба лежать на координатних осях. Знайдіть координати вершин ромба, якщо середина однієї з його сторін має координати  $(4; -3)$ .

### Центральна симетрія. Поворот

270. Позначте точки  $M$  і  $K$ . Побудуйте точку  $M_1$ , симетричну точці  $M$  відносно точки  $K$ .

271. Дано відрізок  $AB$  і точку  $O$  (рис. 23). Побудуйте відрізок, симетричний відрітку  $AB$  відносно точки  $O$ .

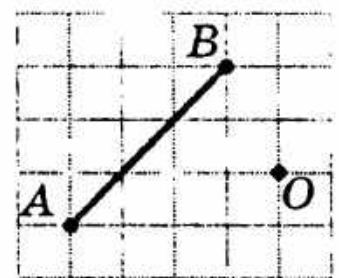


Рис. 23

272. Накресліть трикутник  $ABC$  і позначте точку  $M$ , яка лежить поза трикутником. Побудуйте трикутник, симетричний даному відносно точки  $M$ .

273. Накресліть кут  $ABC$  і позначте точку  $O$ , яка належить куту, але не належить його сторонам. Побудуйте кут, симетричний куту  $ABC$  відносно точки  $O$ .
274. Чи може образом прямої при центральній симетрії бути ця сама пряма?
275. Знайдіть координати точки, симетричної точці  $D(-5; -7)$  відносно початку координат.
276. Серед точок  $A(3; -4)$ ,  $B(-3; -4)$ ,  $C(-3; 4)$ ,  $D(4; -7)$ ,  $K(-4; 7)$  і  $P(3; 4)$  укажіть пари точок, симетричних відносно початку координат.
277. Чи є точки  $M(-5; 8)$  і  $N(-3; 4)$  симетричними відносно точки  $K(-1; 2)$ ?
278. Знайдіть координати точки, відносно якої симетричні точки  $A(-4; 3)$  і  $B(2; -7)$ .
279. Знайдіть координати точки  $C$ , симетричної точці  $B(-3; 1)$  відносно точки  $A(2; -5)$ .
280. Точки  $A(-4; y)$  і  $B(x; 3)$  симетричні відносно точки  $K(5; -2)$ . Знайдіть  $x$  і  $y$ .
281. Запишіть рівняння кола, симетричного колу  $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 11$  відносно:
- 1) початку координат;
  - 2) точки  $M(-4; 2)$ .
282. На рисунку 24 прямі  $AB$  і  $CD$  паралельні. Точки  $A$  і  $D$  симетричні відносно точки  $O$ . Пряма  $BC$  проходить через точку  $O$ . Доведіть, що точки  $B$  і  $C$  симетричні відносно точки  $O$ .

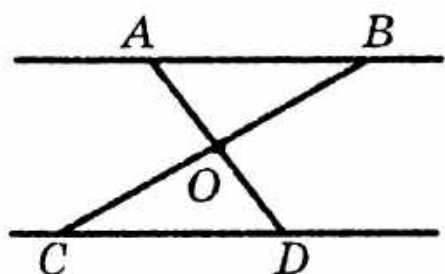


Рис. 24

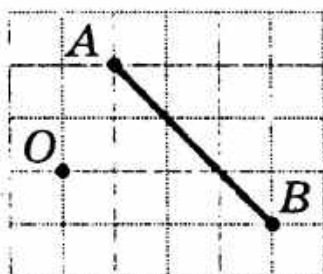


Рис. 25

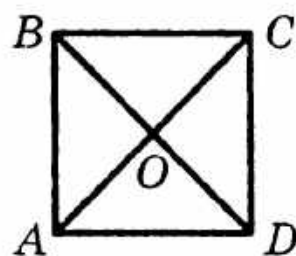


Рис. 26

283. Запишіть рівняння прямої, симетричної прямій  $2x - 5y = -7$  відносно:
- 1) початку координат;                      2) точки  $K(-2; 1)$ .
284. Позначте точки  $K$  і  $O$ . Побудуйте образ точки  $K$  при повороті навколо центра  $O$ : 1) на кут  $30^\circ$  проти годинникової стрілки; 2) на кут  $100^\circ$  за годинниковою стрілкою.
285. Дано відрізок  $AB$  і точку  $O$  (рис. 25). Побудуйте образ відрізка  $AB$  при повороті на кут  $45^\circ$  навколо центра  $O$  за годинниковою стрілкою.
286. Точка  $O$  — центр квадрата  $ABCD$  (рис. 26). Укажіть образи точок  $B, D, O$ , сторони  $CD$ , діагоналі  $AC$  при повороті навколо точки  $O$  проти годинникової стрілки на кут  $90^\circ$ .
287. Проведіть промінь  $OA$ . Побудуйте образ цього променя при повороті на кут  $80^\circ$  проти годинникової стрілки навколо:
- 1) точки  $M$ , яка належить променю;  
2) точки  $B$ , яка не належить променю.
288. Побудуйте точки, які є образами точок  $A(4; 0)$ ,  $B(0; -3)$ ,  $C(4; 1)$ ,  $D(-1; -4)$  при повороті на кут  $90^\circ$  за годинниковою стрілкою навколо початку координат. Укажіть координати отриманих точок.
289. Образом точки  $A(5; a)$  при повороті на кут  $90^\circ$  проти годинникової стрілки навколо початку координат є точка  $B(-4; b)$ . Знайдіть  $a$  і  $b$ .
290. На який найменший кут треба повернути правильний дванадцятикутник навколо його центра, щоб його образом був цей самий дванадцятикутник?

### Гомотетія. Подібність фігур

291. Накресліть відрізок  $AB$  завдовжки 2 см і позначте точку  $O$ , яка не належить цьому відрізку. Побудуйте відрізок, гомотетичний відрізку  $AB$  із центром гомотетії в точці  $O$  та коефіцієнтом гомотетії: 1)  $k = 3$ ; 2)  $k = -\frac{1}{2}$ .

292. Накресліть гострий кут і позначте точку  $A$ , яка належить цьому куту, але не належить його сторонам. Побудуйте кут, гомотетичний даному із центром гомотетії в точці  $A$  та коефіцієнтом гомотетії  $k = \frac{1}{2}$ .
293. Побудуйте трикутник, гомотетичний даному трикутнику із центром гомотетії в точці перетину його медіан і коефіцієнтом гомотетії: 1)  $k = 2,5$ ; 2)  $k = -1$ .
294. Позначте точки  $A$  і  $B$ . Знайдіть таку точку  $O$ , щоб точка  $B$  була образом точки  $A$  при гомотетії із центром  $O$  і коефіцієнтом гомотетії  $k = 2$ .
295. Точка  $B(-1; 4)$  — образ точки  $A(-2; 8)$  при гомотетії із центром у початку координат. Знайдіть коефіцієнт гомотетії.
296. Паралельні прямі перетинають сторони кута  $A$  в точках  $B, C, D$  і  $E$  (рис. 27). Відомо, що  $AB : BD = 2 : 1$ . Укажіть коефіцієнт і центр гомотетії, при якій: 1) відрізок  $BC$  є образом відрізка  $DE$ ; 2) відрізок  $DE$  є образом відрізка  $BC$ .

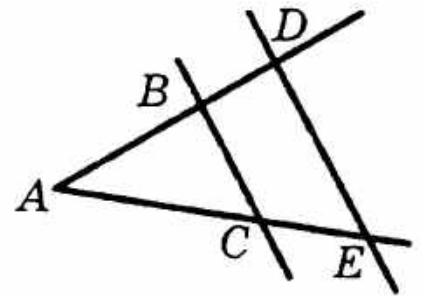


Рис. 27

301. Периметри подібних багатокутників відносяться як  $3 : 8$ , а різниця їхніх площ дорівнює  $385 \text{ см}^2$ . Знайдіть площі багатокутників.
302. Площі двох квадратів відносяться як  $2 : 5$ . Сторона більшого квадрата дорівнює  $10 \text{ см}$ . Знайдіть сторону меншого квадрата.
303. Сторона  $BC$  трикутника  $ABC$  дорівнює  $6 \text{ см}$ . Пряма, паралельна стороні  $BC$ , ділить трикутник на дві рівновеликі фігури. Знайдіть відрізок цієї прямої, який міститься між сторонами трикутника.
304. Продовження бічних сторін  $AB$  і  $CD$  трапеції  $ABCD$  перетинаються в точці  $E$ . Знайдіть площу трапеції, якщо  $AD : BC = 7 : 5$ , а площа трикутника  $AED$  дорівнює  $98 \text{ см}^2$ .
305. Точка  $M$  ділить сторону  $BC$  квадрата  $ABCD$  у відношенні  $3 : 5$ , рахуючи від точки  $B$ . Відрізки  $AM$  і  $BD$  перетинаються в точці  $P$ . Знайдіть площу трикутника  $APD$ , якщо площа трикутника  $BPM$  дорівнює  $18 \text{ см}^2$ .
306. Пряма, паралельна медіані  $BM$  трикутника  $ABC$ , перетинає сторони  $AB$  і  $AC$  у точках  $D$  і  $E$  відповідно. Площі трикутника  $ADE$  і чотирикутника  $DBCE$  відносяться як  $1 : 5$ . Знайдіть відрізок  $DE$ , якщо  $BM = 6 \text{ см}$ .

## Варіант 2

Синус, косинус і тангенс кута від  $0^\circ$  до  $180^\circ$ 

1. Чому дорівнює:

1)  $\sin(180^\circ - \alpha)$ , якщо  $\sin \alpha = 0,9$ ;

2)  $\cos(180^\circ - \alpha)$ , якщо  $\cos \alpha = 0,23$ ;

3)  $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha)$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{3}$ ?

2. Знайдіть значення виразу:

1)  $6 \sin 90^\circ - 3 \cos 180^\circ$ ;

3)  $\sin^2 50^\circ + \cos^2 50^\circ$ ;

2)  $2 \cos 0^\circ + \operatorname{tg} 0^\circ$ ;

4)  $\sin^2 20^\circ + \cos^2 160^\circ$ .

3. Знайдіть:

1)  $\cos \alpha$ , якщо  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$  і  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ ;

2)  $\sin \alpha$ , якщо  $\cos \alpha = -\frac{1}{5}$ ;

3)  $\cos \alpha$ , якщо  $\sin \alpha = \frac{5}{6}$ .

4. Порівняйте з нулем значення виразу:

1)  $\cos 102^\circ \operatorname{tg} 92^\circ$ ;

2)  $\sin 0^\circ \cos 28^\circ \operatorname{tg} 82^\circ$ .

5. Знайдіть значення виразу:

1)  $\cos 120^\circ \sin 135^\circ \operatorname{tg} 150^\circ$ ;

2)  $4 \operatorname{tg}^2 120^\circ + 4 \sin^2 120^\circ - 3 \cos 90^\circ \operatorname{tg} 100^\circ$ .

6. Знайдіть значення виразу:

1)  $\frac{\cos 123^\circ}{\cos 57^\circ} - \frac{\operatorname{tg} 141^\circ}{\operatorname{tg} 39^\circ}$ ;

2)  $\frac{\sin 18^\circ}{\sin 162^\circ} + \frac{\operatorname{tg} 103^\circ}{\operatorname{tg} 77^\circ}$ .

## Теорема косинусів

7. Знайдіть сторону  $BC$  трикутника  $ABC$ , якщо:

1)  $AB = 4\sqrt{3}$  см,  $AC = 2$  см,  $\angle A = 30^\circ$ ;

2)  $AB = 4$  см,  $AC = 8$  см,  $\angle A = 120^\circ$ .

8. Знайдіть косинус середнього за величиною кута трикутника, сторони якого дорівнюють 6 см, 9 см і 11 см.



19. Діагоналі паралелограма дорівнюють 18 см і 26 см, а одна зі сторін на 10 см більша за другу. Знайдіть сторони паралелограма.
20. У чотирикутнику  $ABCD$  відомо, що  $AB = AD = 13$  см,  $BC = 4$  см,  $CD = 14$  см. Знайдіть діагональ  $AC$ , якщо навколо чотирикутника  $ABCD$  можна описати коло.
21. В трапеції  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) відомо, що  $BC = 12$  см,  $CD = 9$  см,  $AD = 16$  см,  $\cos D = \frac{1}{8}$ . Знайдіть сторону  $AB$  трапеції.
22. Сторони трикутника дорівнюють 8 см, 14 см і 11 см. Знайдіть бісектрису трикутника, проведену з вершини його середнього за величиною кута.
23. Сторони трикутника дорівнюють 8 см, 9 см і 13 см. Знайдіть медіану трикутника, проведену до його найбільшої сторони.
24. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює  $8\sqrt{2}$  см, а бічна сторона — 12 см. Знайдіть медіану трикутника, проведену до його бічної сторони.
25. Сторони трикутника дорівнюють  $3\sqrt{3}$  см і 4 см, а кут між ними —  $150^\circ$ . Знайдіть медіану трикутника, проведену до його третьої сторони.
26. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $AC = 22$  см, відрізок  $AK$  — медіана,  $AK = 14$  см. Знайдіть сторони  $AB$  і  $BC$ , якщо  $AB : BC = 7 : 12$ .
27. Сторона трикутника дорівнює 30 см, а медіани, проведені до двох інших сторін, — 24 см і 27 см. Знайдіть третю медіану трикутника.

### Теорема синусів

28. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $AB = 4\sqrt{2}$  см,  $\angle C = 45^\circ$ ,  $\angle A = 30^\circ$ . Знайдіть сторону  $BC$ .
29. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $BC = 6\sqrt{3}$  см,  $\angle A = 120^\circ$ ,  $\angle B = 15^\circ$ . Знайдіть сторону  $AB$ .



30. Знайдіть кут  $A$  трикутника  $ABC$ , якщо:

1)  $AB = 6$  см,  $BC = 2\sqrt{6}$  см,  $\angle C = 60^\circ$ ;

2)  $AC = 4$  см,  $BC = 4\sqrt{2}$  см,  $\angle B = 30^\circ$ .

Скільки розв'язків у кожному випадку має задача?

31. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $AC = 9$  см,  $BC = 7$  см. Чи може  $\sin A$  дорівнювати  $\frac{4}{5}$ ?

32. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $BC = 5\sqrt{3}$  см,  $\angle A = 120^\circ$ . Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABC$ .

33. Сторона трикутника дорівнює 15 см, а радіус кола, описаного навколо трикутника, —  $5\sqrt{3}$  см. Чому дорівнює кут трикутника, протилежний даній стороні?

34. Дві сторони трикутника дорівнюють  $2\sqrt{3}$  см і 8 см. Знайдіть третю сторону трикутника, якщо вона дорівнює радіусу кола, описаного навколо даного трикутника.

35. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $\angle C = 73^\circ$ ,  $\angle B = 77^\circ$ , відрізок  $BM$  — висота трикутника. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника  $BMC$ , якщо радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABC$ , дорівнює 6 см.

36. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $AB = c$ ,  $\angle A = \alpha$ ,  $\angle C = \gamma$ . Знайдіть сторони  $BC$  і  $AC$ .

37. На рисунку 28  $AC = b$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  
 $\angle ABC = \beta$ ,  $\angle ADB = \gamma$ ,  $AD = m$ .  
 Знайдіть синус кута  $ABD$ .

38. У рівнобедреному трикутнику основа дорівнює  $a$ , а кут при основі —  $\alpha$ . Знайдіть бічну сторону трикутника та бісектрису трикутника, проведену з вершини кута при основі.

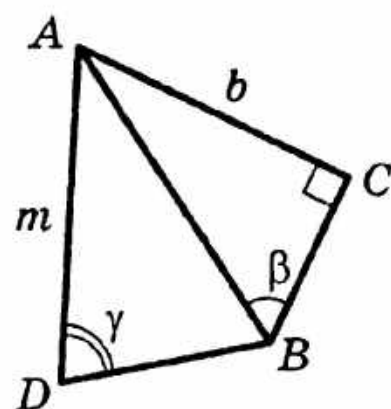


Рис. 28

39. У трикутнику  $ABC$  провели бісектрису  $CE$ . Знайдіть сторони  $AC$  і  $BC$  і бісектрису  $CE$ , якщо  $AE = a$ ,  $\angle A = \alpha$ ,  $\angle B = \beta$ .
40. Висоти трикутника  $ABC$  перетинаються в точці  $H$ . Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника  $AHC$ , якщо радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABC$ , дорівнює 5 см.
41. Знайдіть радіус кола, описаного навколо рівнобедреного трикутника з основою 10 см і бічною стороною 13 см.
42. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють 8 см і 24 см, а бічна сторона — 10 см. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трапеції.
43. Діагоналі рівнобічної трапеції перпендикулярні. Знайдіть бічну сторону трапеції, якщо радіус кола, описаного навколо трапеції, дорівнює  $6\sqrt{2}$  см.
44. У рівнобічній трапеції діагональ є бісектрисою гострого кута, а основи відносяться як 5 : 13. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трапеції, якщо її діагональ дорівнює 12 см.
45. На стороні  $BC$  трикутника  $ABC$  позначили точку  $M$ . Знайдіть сторону  $AB$ , якщо  $AC = 9$  см, а радіуси кіл, описаних навколо трикутників  $ABM$  і  $ACM$ , відповідно дорівнюють 4 см і 6 см.

#### Розв'язування трикутників

46. Знайдіть невідомі сторони та кути трикутника  $ABC$ , якщо:
- 1)  $AB = 12$  см,  $\angle A = 74^\circ$ ,  $\angle C = 39^\circ$ ;
  - 2)  $AB = 8$  см,  $BC = 5$  см,  $\angle B = 100^\circ$ ;
  - 3)  $AB = 6$  см,  $BC = 7$  см,  $AC = 10$  см;
  - 4)  $AC = 5$  см,  $BC = 8$  см,  $\angle A = 130^\circ$ ;
  - 5)  $AC = 6$  см,  $AB = 8$  см,  $\angle C = 10^\circ$ ;
  - 6)  $BC = 8$  см,  $AC = 7$  см,  $\angle B = 10^\circ$ ;
  - 7)  $BC = 8$  см,  $AC = 3$  см,  $\angle B = 70^\circ$ .

47. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $\angle A = \angle B = 50^\circ$ ,  $AB = 8$  см. Знайдіть: 1) сторону  $AC$ ; 2) висоту  $AH$ ; 3) медіану  $CM$ ; 4) бісектрису  $AD$ ; 5) радіус описаного кола трикутника  $ABC$ ; 6) радіус вписаного кола трикутника  $ABC$ .
48. У трапеції  $ABCD$  відомо, що  $AB = CD = 8$  см,  $\angle CBD = 58^\circ$ ,  $\angle ABD = 46^\circ$ . Знайдіть:
- 1) основи та діагональ трапеції;
  - 2) радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABD$ .
49. Менша сторона трикутника дорівнює 8 см, а вершини трикутника ділять описане навколо нього коло на три дуги, градусні міри яких відносяться як 2 : 5 : 8. Знайдіть невідомі сторони трикутника.
50. Більша сторона трикутника дорівнює 5 см. У трикутник вписано коло, яке ділиться точками дотику до сторін на дуги, градусні міри яких відносяться як 2 : 3 : 4. Знайдіть невідомі сторони трикутника.

#### Формули для знаходження площі трикутника

51. Знайдіть площу трикутника, дві сторони якого дорівнюють 9 см і 4 см, а кут між ними становить:
- 1)  $45^\circ$ ;
  - 2)  $150^\circ$ .
52. Знайдіть площу паралелограма, сторони якого дорівнюють 9 см і 12 см, а кут між ними —  $60^\circ$ .
53. Сторони паралелограма дорівнюють 7 см і 9 см. Чи може його площа дорівнювати  $64 \text{ см}^2$ ?
54. Знайдіть площу ромба, сторона якого дорівнює  $9\sqrt{2}$  см, а один із кутів —  $45^\circ$ .
55. Дві сторони трикутника дорівнюють 7 см і 6 см. Чи може його площа дорівнювати: 1)  $23 \text{ см}^2$ ; 2)  $17 \text{ см}^2$ ?
56. Кут при вершині рівнобедреного трикутника дорівнює  $30^\circ$ , а площа трикутника —  $48 \text{ см}^2$ . Знайдіть бічну сторону трикутника.

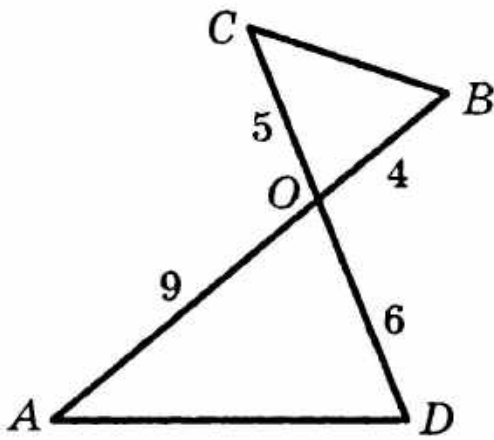


Рис. 29

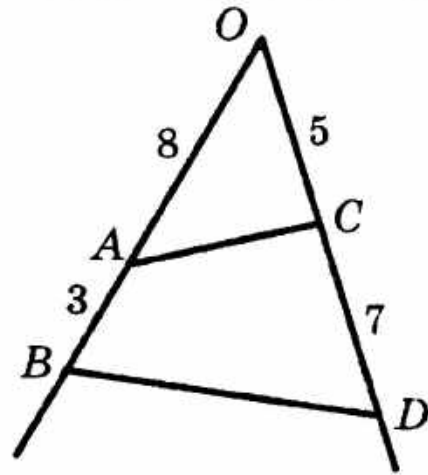


Рис. 30

57. Відрізки  $AB$  і  $CD$  перетинаються в точці  $O$  (рис. 29),  $AO = 9$  см,  $OB = 4$  см,  $CO = 5$  см,  $OD = 6$  см. Знайдіть відношення площ трикутників  $AOD$  і  $COB$ .
58. На сторонах кута  $O$  відкладено відрізки  $OA = 8$  см,  $AB = 3$  см,  $OC = 5$  см,  $CD = 7$  см (рис. 30). Знайдіть відношення площ трикутника  $OBD$  і чотирикутника  $ABDC$ .
59. Знайдіть площу трикутника зі сторонами 4 см, 13 см і 15 см.
60. Три кола, радіуси яких дорівнюють 9 см, 11 см і 12 см, попарно мають зовнішній дотик. Знайдіть площу трикутника, вершинами якого є центри цих кіл.
61. Сторони трикутника дорівнюють 10 см, 17 см і 21 см. Знайдіть найбільшу висоту трикутника, радіуси його вписаного та описаного кіл.
62. У трикутник зі сторонами 15 см, 28 см і 41 см вписано коло, центр якого сполучено з вершинами трикутника. Знайдіть площі трьох утворених трикутників.
63. Бісектриса трикутника ділить одну з його сторін на відрізки, більший з яких дорівнює 9 см. Дві інші сторони трикутника дорівнюють 14 см і 21 см. Знайдіть площу трикутника.
64. Один із кутів ромба на  $120^\circ$  більший за другий, а сторона ромба дорівнює  $6\sqrt{3}$  см. Знайдіть площу ромба.

65. Площа прямокутника дорівнює  $36\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>, а кут між його діагоналями —  $60^\circ$ . Знайдіть сторони прямокутника.
66. Діагоналі чотирикутника дорівнюють 6 см і 9 см, а кут між ними —  $60^\circ$ . Знайдіть площу чотирикутника.
67. Діагоналі чотирикутника дорівнюють 4 см і 16 см, а його площа —  $16\sqrt{2}$  см<sup>2</sup>. Знайдіть кут між діагоналями чотирикутника.
68. Сторона рівностороннього трикутника дорівнює 2 см. На сторонах трикутника у зовнішній бік побудовано квадрати. Вершини квадратів послідовно сполучено. Знайдіть площу шестикутника, вершинами якого є вершини квадратів, що не належать даному трикутнику.
69. Діагоналі опуклого чотирикутника  $ABCD$  перетинаються в точці  $O$ . Площі трикутників  $AOB$ ,  $BOC$  і  $AOD$  відповідно дорівнюють  $12$  см<sup>2</sup>,  $8$  см<sup>2</sup> і  $9$  см<sup>2</sup>. Знайдіть площу чотирикутника  $ABCD$ .
70. У коло вписано чотирикутник, сторони якого послідовно дорівнюють 4 см, 6 см, 8 см і 12 см. Знайдіть площу чотирикутника.

### Правильні многокутники та їхні властивості

71. Знайдіть кути правильного дванадцятикутника.
72. Знайдіть кількість сторін правильного многокутника, якщо: 1) його кут дорівнює  $172^\circ$ ; 2) кут, суміжний із кутом многокутника, дорівнює  $24^\circ$ .
73. На рисунку 31 зображено правильний восьмикутник  $ABCDEFMK$ ,  $N$  — точка перетину прямих  $AK$  і  $FM$ . Знайдіть кут  $MNK$ .
74. Визначте кількість сторін правильного многокутника, якщо кут, суміжний із кутом многокутника, на  $156^\circ$  менший від кута многокутника.

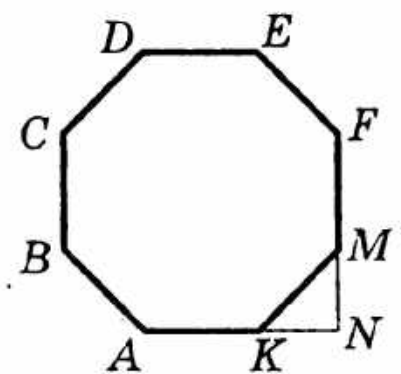


Рис. 31

75. Знайдіть центральний кут правильного сорокап'ятикутника.
76. Центральний кут правильного многокутника дорівнює  $18^\circ$ . Знайдіть кількість сторін многокутника.
77. Нехай  $a_4$  — сторона квадрата,  $R$  і  $r$  — відповідно радіуси описаного навколо нього та вписаного в нього кіл. Заповніть таблицю (розміри дано в сантиметрах).

$a_4$	$R$	$r$
6		
	8	
		$2\sqrt{2}$

78. Знайдіть радіуси описаного навколо правильного трикутника та вписаного в нього кіл, якщо їхня різниця дорівнює 7 см.
79. Знайдіть відношення площ правильних трикутника та шестикутника, сторони яких рівні.
80. Знайдіть площу правильного восьмикутника, вписаного в коло, радіус якого дорівнює 6 см.
81. Відрізки  $AB$ ,  $BC$  і  $CD$  — три послідовні сторони правильного многокутника. Продовження сторін  $AB$  і  $CD$  перетинаються в точці  $K$ ,  $\angle BKC = 160^\circ$ . Знайдіть кількість сторін многокутника.
82. Діагональ квадрата дорівнює  $6\sqrt{2}$  см. Чому дорівнює радіус: 1) описаного навколо нього кола; 2) вписаного в нього кола?
83. У правильний трикутник зі стороною  $2\sqrt{3}$  см вписано коло. Знайдіть сторону квадрата, вписаного в це коло.
84. Радіус кола, описаного навколо правильного многокутника, дорівнює 6 см, а радіус кола, вписаного в нього, —  $3\sqrt{2}$  см. Знайдіть сторону многокутника та кількість його сторін.

85. У коло радіуса 12 см вписано квадрат. У цей квадрат вписано коло, а в коло — правильний шестикутник. Знайдіть сторону шестикутника.
86. Навколо правильного шестикутника зі стороною  $a$  описано коло. Навколо цього кола описано правильний трикутник. Знайдіть радіус описаного навколо трикутника кола.
87. У коло радіуса  $2\sqrt{3}$  см вписано правильний трикутник. На його висоті як на стороні побудовано квадрат, і в нього вписано коло. Знайдіть радіус цього кола.
88. Радіус кола, описаного навколо правильного восьмикутника  $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$ , дорівнює 8 см. Знайдіть діагоналі  $A_1A_3$ ,  $A_1A_4$  і  $A_1A_5$ .
89. Знайдіть сторону правильного восьмикутника  $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$ , якщо його діагональ  $A_2A_4$  дорівнює 8 см.
90. Сторона правильного восьмикутника дорівнює 2 см. Його сторони, узяті через одну, продовжили до перетину так, що утворився квадрат. Знайдіть сторону цього квадрата.

#### Довжина кола. Площа круга

91. Знайдіть довжину кола, радіус якого дорівнює 3 см.
92. Знайдіть площу круга, радіус якого дорівнює:
- 1) 4 см;                                      2)  $\frac{5}{\sqrt{\pi}}$  см.
93. Чому дорівнює радіус кола, довжина якого дорівнює  $3\pi$  см?
94. Знайдіть радіус круга, площа якого дорівнює  $9\pi$  см<sup>2</sup>.
95. Радіус кола зменшили: 1) у 4 рази; 2) на 4 см. Як при цьому змінилася довжина кола?
96. Радіус круга збільшили у 8 разів. Як при цьому змінилася площа круга?
97. Площі двох кругів відносяться як 9 : 16. Чому дорівнює відношення їхніх радіусів?
98. Знайдіть площу круга, довжина кола якого дорівнює  $6\pi$  см.

99. Знайдіть площу кільця, що міститься між двома колами, які мають спільний центр і радіуси яких дорівнюють 5 см і 8 см.
100. Знайдіть довжину кола та площу круга, описаних навколо квадрата зі стороною 8 см.
101. Знайдіть відношення площ вписаного в правильний трикутник і описаного навколо нього кругів.
102. Знайдіть площу круга, описаного навколо рівнобедреного трикутника з основою 6 см і кутом  $45^\circ$  при вершині.
103. Знайдіть площу круга, вписаного в рівнобедрений трикутник, основа якого дорівнює 12 см, а бічна сторона — 10 см.
104. Сторони трикутника дорівнюють 10 см, 17 см і 21 см. Знайдіть площі описаного навколо нього та вписаного в нього кругів.
105. Один із кутів ромба дорівнює  $30^\circ$ , а площа круга, вписаного в ромб, —  $6\pi$  см<sup>2</sup>. Знайдіть площу ромба.
106. Побудуйте коло, довжина якого дорівнює різниці довжин двох даних кіл.
107. У півкруг, діаметр якого дорівнює 12 см, вписано прямокутний трикутник, гіпотенуза якого збігається з діаметром півкруга, а один із катетів дорівнює 6 см. Знайдіть площу частини півкруга, розміщеного поза трикутником.
108. Два круги мають спільну хорду. Знайдіть відношення площ цих кругів, якщо із центра першого круга цю хорду видно під кутом  $90^\circ$ , а із центра другого — під кутом  $120^\circ$ .
109. Сторони трикутника дорівнюють 13 см, 14 см і 15 см. У трикутник вписано півкруг, центр якого лежить на більшій стороні трикутника. Знайдіть площу півкруга.
110. Вантаж піднімають за допомогою блока (рис. 32). На скільки метрів підніметься вантаж за 8 обертів блока, якщо радіус блока дорівнює 5 см? Відповідь округліть до десятих.

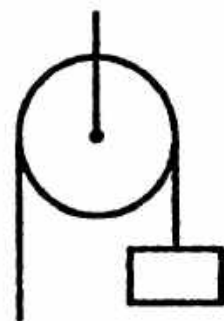


Рис. 32



111. На котушку, радіус якої дорівнює 2,5 см, намотано 50 см нитки. Скільки зроблено повних витків?
112. Діаметр колеса автомобіля дорівнює 0,9 м. Знайдіть швидкість автомобіля в кілометрах за годину, якщо його колесо за одну хвилину робить 250 обертів. Відповідь округліть до одиниць.
113. Радіус кола дорівнює 4 см. Знайдіть довжину дуги кола, градусна міра якої становить: 1)  $15^\circ$ ; 2)  $345^\circ$ .
114. Довжина дуги кола дорівнює  $25\pi$  см, а її градусна міра —  $24^\circ$ . Знайдіть радіус кола.
115. Довжина дуги кола дорівнює  $5\pi$  см. Знайдіть градусну міру цієї дуги, якщо радіус кола дорівнює 20 см.
116. Накресліть коло радіуса 8 см. Позначте на ньому точки  $A$  і  $B$  так, щоб довжина дуги  $AB$  дорівнювала  $2\pi$  см.
117. Градусна міра дуги кола, радіус якої 6 см, дорівнює  $240^\circ$ . Знайдіть радіус кола, довжина якого дорівнює довжині цієї дуги.
118. На катеті  $AC$  прямокутного трикутника  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ) як на діаметрі побудовано коло. Знайдіть довжину дуги цього кола, яка належить трикутнику, якщо  $\angle A = 40^\circ$ ,  $AC = 10$  см.
119. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $AB = 6$  см,  $\angle A = 45^\circ$ ,  $\angle B = 70^\circ$ . Коло із центром  $B$  дотикається до сторони  $AC$ . Знайдіть довжину дуги цієї кола, яка належить трикутнику.
120. Радіус круга дорівнює 6 см. Знайдіть площу сектора, якщо градусна міра його дуги становить  $330^\circ$ .
121. Яку частину площі круга становить площа сектора, якщо відповідний сектору центральний кут дорівнює  $25^\circ$ ?
122. Площа сектора становить  $\frac{8}{15}$  площі круга. Знайдіть центральний кут, відповідний даному сектору.



130. Радіус круга дорівнює 6 см. По один бік від центра круга проведено дві паралельні хорди, які дорівнюють відповідно сторонам правильного трикутника та квадрата, вписаних у цей круг. Знайдіть площу частини круга, яка міститься між хордами.

Відстань між двома точками із заданими координатами.

Координати середини відрізка

131. Знайдіть відстань між точками  $A$  і  $B$ , якщо:

1)  $A(3; -7)$ ,  $B(6; -3)$ ;

2)  $A(5; -2)$ ,  $B(-3; -2)$ .

132. Доведіть, що точки  $A(-3; -7)$ ,  $B(2; 3)$  і  $C(0; -1)$  лежать на одній прямій. Яка з точок лежить між двома іншими?

133. Вершинами трикутника є точки  $A(-3; -2)$ ,  $B(-1; 3)$  і  $C(2; 0)$ . Доведіть, що трикутник  $ABC$  рівнобедрений.

134. Знайдіть координати середини відрізка  $MN$ , якщо:

1)  $M(2; -5)$ ,  $N(8; 3)$ ;

2)  $M(5; 4)$ ,  $N(-6; -3)$ .

135. Точка  $M$  — середина відрізка  $AB$ . Знайдіть координати точки  $A$ , якщо  $B(6; -9)$ ,  $M(2; 5)$ .

136. Точки  $B_1(3; -1)$  і  $C_1(-4; 2)$  — середини сторін  $AC$  і  $AB$  трикутника  $ABC$  відповідно. Вершина  $C$  має координати  $(-5; 3)$ . Знайдіть координати точок  $A$  і  $B$ .

137. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $A(3; -5)$ ,  $B(7; 1)$ ,  $C(-3; 9)$ . Знайдіть середню лінію  $MN$  трикутника  $ABC$ , де точки  $M$  і  $N$  — середини сторін  $AC$  і  $BC$  відповідно.

138. Відстань між точками  $A(5; -2)$  і  $B(9; y)$  дорівнює 5. Знайдіть  $y$ .

139. На осі ординат знайдіть точку, рівновіддалену від точок  $A(4; -5)$  і  $B(2; 3)$ .

140. На прямій, яка містить бісектриси першого та третього координатних кутів, знайдіть точку, рівновіддалену від точок  $A(2; 5)$  і  $B(4; 1)$ .

141. Знайдіть координати точки, яка ділить відрізок  $AB$  у відношенні  $1 : 3$ , рахуючи від точки  $A$ , якщо  $A(5; -7)$ ,  $B(7; -9)$ .
142. Чотирикутник  $ABCD$  — паралелограм,  $A(4; -1)$ ,  $B(-2; 7)$ ,  $D(-3; -8)$ . Знайдіть координати вершини  $C$ .
143. Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  з вершинами в точках  $A(-3; 7)$ ,  $B(2; -4)$ ,  $C(5; 1)$  і  $D(0; 12)$  є паралелограмом.
144. Знайдіть довжину відрізка, кінці якого лежать на осях координат, а серединою є точка  $M(-6; 4)$ .
145. Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  з вершинами в точках  $A(-4; 1)$ ,  $B(-2; 3)$ ,  $C(3; -2)$  і  $D(1; -4)$  є прямокутником.
146. Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  з вершинами в точках  $A(-4; 2)$ ,  $B(-3; 4)$ ,  $C(-1; 3)$  і  $D(-2; 1)$  є квадратом.
147. Знайдіть координати вершини  $B$  рівностороннього трикутника  $ABC$ , якщо відомо координати вершин  $A(0; -4)$  і  $C(0; 2)$ .
148. Точки  $M(5; -2)$ ,  $N(3; 4)$  і  $P(-3; -6)$  — середини сторін деякого трикутника. Знайдіть координати його вершин.

### Рівняння кола

149. Знайдіть за рівнянням кола координати його центра та радіус:
- |                                   |                             |
|-----------------------------------|-----------------------------|
| 1) $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 25$ ; | 3) $x^2 + (y - 4)^2 = 16$ ; |
| 2) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 49$ ; | 4) $(x + 3)^2 + y^2 = 12$ . |
150. Складіть рівняння кола, якщо відомо координати його центра  $P$  і радіус  $R$ :
- 1)  $P(-3; 1)$ ,  $R = 3$ ;    2)  $P(0; 2)$ ,  $R = 2$ ;    3)  $P(-4; 0)$ ,  $R = \sqrt{5}$ .
151. Складіть рівняння кола із центром у точці  $T(-1; 2)$ , яке проходить через точку  $A(3; -5)$ .
152. Складіть рівняння кола, діаметром якого є відрізок  $AB$ , якщо  $A(-3; 9)$ ,  $B(5; -7)$ .



162. Знайдіть координати точки перетину прямих  $2x - 5y = 7$  і  $-x + 3y = 12$ .
163. Точки  $A(-3; 5)$ ,  $B(2; 4)$  і  $C(1; 3)$  — вершини трикутника  $ABC$ . Складіть рівняння прямої, яка містить медіану  $BM$  трикутника  $ABC$ .
164. При якому значенні  $a$  точки  $A(2; -3)$ ,  $B(4; 1)$  і  $C(a; -2)$  лежать на одній прямій?
165. Доведіть, що коло  $(x + 4)^2 + (y - 1)^2 = 13$  і пряма  $x - y = -4$  перетинаються, і знайдіть координати точок їх перетину.
166. Знайдіть відстань від начала координат до прямої  $x + 3y = -6$ .
167. Складіть рівняння геометричного місця центрів кіл, які проходять через точки  $A(-5; -9)$  і  $B(1; 3)$ .

### Кутовий коефіцієнт прямої

168. Складіть рівняння прямої, яка проходить через точку  $M(1; -4)$ , кутовий коефіцієнт якої дорівнює: 1) 4; 2) 0.
169. Знайдіть кутовий коефіцієнт прямої, яка проходить через точки:  
1)  $A(5; -2)$  і  $B(-3; 1)$ ;                      2)  $A(4; 3)$  і  $B(-3; 3)$ .
170. Складіть рівняння прямої, яка проходить через точку  $K(2; -3)$  і паралельна прямій  $y = -3x + 1$ .
171. Складіть рівняння прямої, яка проходить через точку  $E(-4; 3)$  і утворює з додатним напрямом осі абсцис кут:  
1)  $30^\circ$ ; 2)  $120^\circ$ .
172. Запишіть рівняння прямої, зображеної на рисунку 35.

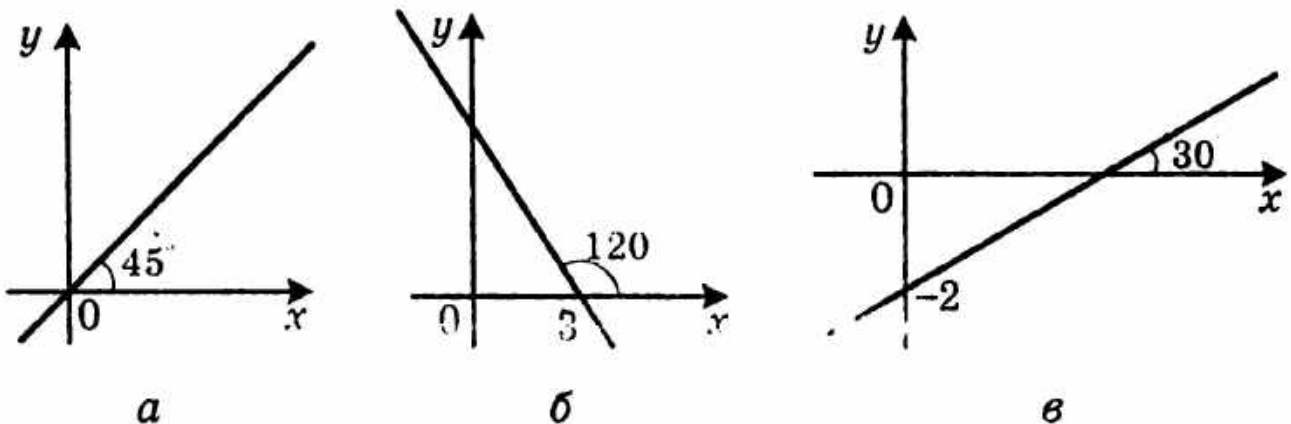


Рис 35

173. Серед даних прямих укажіть пари паралельних прямих:

- 1)  $x - 3y = -5$ ;      3)  $-2x + 6y = -17$ ;      5)  $9x + 6y = 1$ .  
 2)  $3x + 2y = -15$ ;      4)  $8x - y = -19$ ;

### Поняття вектора

174. На рисунку 36 зображено вектор  $\overline{DK}$ . Укажіть початок і кінець цього вектора. Відкладіть від точки  $F$  вектор, рівний вектору  $\overline{DK}$ , і вектор, протилежно напрямлений з вектором  $\overline{DK}$ , модуль якого дорівнює модулю вектора  $\overline{DK}$ .

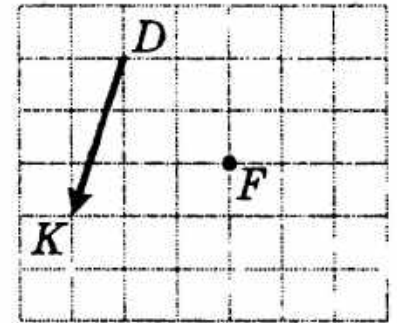


Рис. 36

175. Які з векторів, зображених на рисунку 37: 1) є рівними; 2) співнаправлені; 3) протилежно напрямлені; 4) колінеарні; 5) мають рівні модулі?

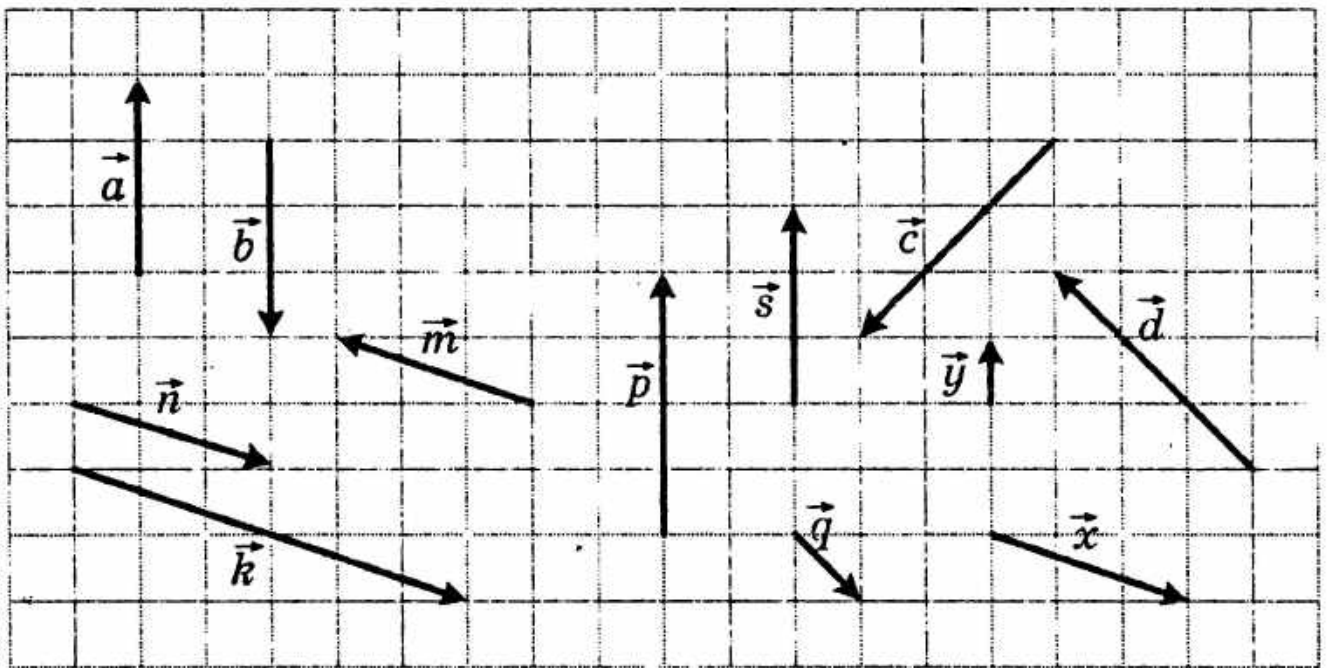


Рис. 37

176. Чотирикутник  $MKPE$  — паралелограм (рис. 38). Укажіть вектор, рівний вектору: 1)  $\overline{KP}$ ; 2)  $\overline{PK}$ ; 3)  $\overline{MO}$ ; 4)  $\overline{PO}$ .

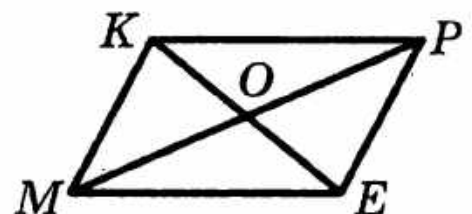


Рис. 38

177. У ромбі  $ABCD$  відомо, що  $AB = 10$  см,  $AC = 12$  см,  $O$  — точка перетину діагоналей. Знайдіть: 1)  $|\overline{BD}|$ ; 2)  $|\overline{AO}|$ ; 3)  $|\overline{DO}|$ .

### Координати вектора

178. Знайдіть координати вектора  $\overline{PK}$ , якщо:

1)  $P(3; -4), K(-1; 5)$ ;                      2)  $P(-4; 0), K(0; -4)$ .

179. Дано точки  $D(5; -4), E(-3; -5), F(x; 7), K(2; y)$ .

Знайдіть  $x$  і  $y$ , якщо  $\overline{DE} = \overline{FK}$ .

180. Знайдіть координати вектора  $\overline{AD}$  (рис. 39).

181. Точка  $K(-8; 3)$  — кінець вектора  $\overline{a}(6; -9)$ . Знайдіть координати початку вектора  $\overline{a}$ .

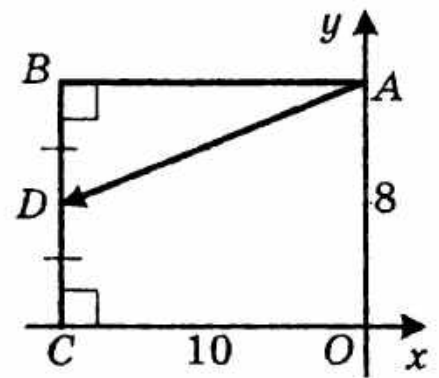


Рис. 39

182. Доведіть, що чотирикутник  $MNKP$  з вершинами в точках  $M(-3; 2), N(-1; 6), K(6; 7), P(4; 3)$  є паралелограмом.
183. Дано координати трьох вершин паралелограма  $ABCD$ :  $A(4; -5), B(2; 3), D(-3; -4)$ . Знайдіть координати вершини  $C$ .
184. Серед векторів  $\overline{a}(5; -3), \overline{b}(-6; 8), \overline{c}(4; -3), \overline{d}(-3; -5), \overline{e}(-\sqrt{21}; 2), \overline{f}(7; -\sqrt{51})$  знайдіть ті, які мають рівні модулі.
185. Модуль вектора  $\overline{a}(x; -8)$  дорівнює 10. Знайдіть  $x$ .
186. Модуль вектора  $\overline{a}$  дорівнює 4, а його координати є рівними. Знайдіть координати вектора  $\overline{a}$ .
187. Модуль вектора  $\overline{n}(x; y)$  дорівнює  $\sqrt{10}$ , а координата  $x$  цього вектора менша від координати  $y$  на 2. Знайдіть координати вектора  $\overline{n}$ .



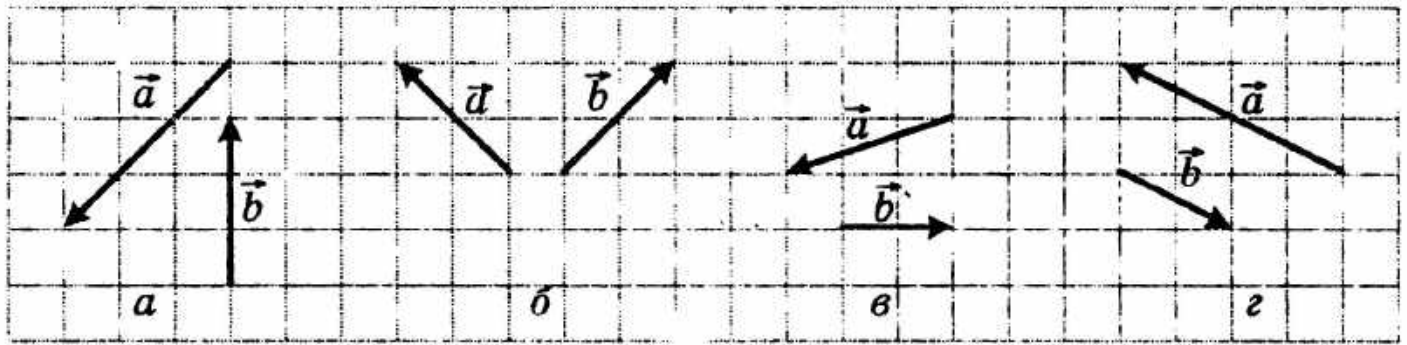


Рис. 40

### Додавання і віднімання векторів

188. За допомогою правила трикутника побудуйте суму векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , зображених на рисунку 40.
189. За допомогою правила паралелограма побудуйте суму векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , зображених на рисунку 40,  $a$ ,  $b$ ,  $в$ .
190. Для векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , зображених на рисунку 40, побудуйте вектор  $\vec{a} - \vec{b}$ .
191. Чотирикутник  $ABCD$  — квадрат,  $O$  — точка перетину його діагоналей. Серед даних пар векторів укажіть пари протилежних векторів:
- 1)  $\overline{AB}$  і  $\overline{CB}$ ;
  - 2)  $\overline{BA}$  і  $\overline{CD}$ ;
  - 3)  $\overline{BC}$  і  $\overline{AD}$ ;
  - 4)  $\overline{OA}$  і  $\overline{OC}$ ;
  - 5)  $\overline{OB}$  і  $\overline{OC}$ ;
  - 6)  $\overline{BD}$  і  $\overline{DB}$ .
192. Чотирикутник  $ABCD$  — паралелограм. Знайдіть:
- 1)  $\overline{AB} - \overline{DB} - \overline{CD}$ ;
  - 2)  $\overline{AB} - \overline{CB} + \overline{CA}$ ;
  - 3)  $\overline{CB} + \overline{CD} - \overline{BA} - \overline{DB}$ .
193. Чи може бути нульовим вектором сума трьох векторів, модулі яких дорівнюють:
- 1) 5; 4; 1;
  - 2) 8; 6; 3;
  - 3) 7; 8; 16?
194. Дано вектори  $\vec{c}(-3; 1)$  і  $\vec{d}(5; -6)$ . Знайдіть:
- 1)  $\vec{c} + \vec{d}$ ;
  - 2)  $\vec{c} - \vec{d}$ ;
  - 3)  $|\vec{c} + \vec{d}|$ ;
  - 4)  $|\vec{d} - \vec{c}|$ .
195. Дано точки  $M(-4; 5)$  і  $N(6; -7)$ . Знайдіть координати точки  $K$  такої, що  $\overline{MK} - \overline{KN} = \vec{0}$ .

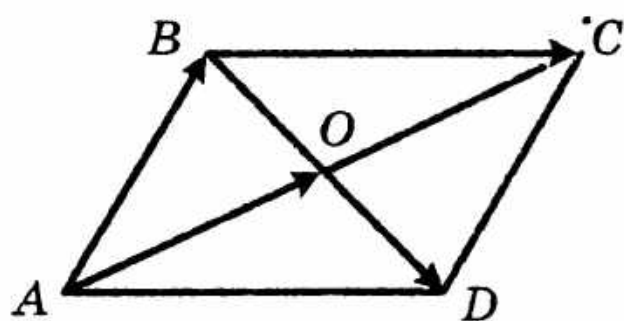


Рис. 41

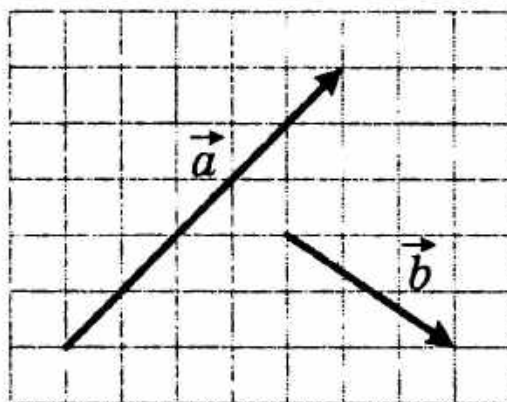


Рис. 42

196. Знайдіть координати векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , якщо їхня сума має координати  $(-4; 5)$ , а різниця  $-(3; 7)$ .
197. Діагоналі паралелограма  $ABCD$  перетинаються в точці  $O$  (рис. 41). Виразіть вектори  $\overline{AB}$  і  $\overline{BC}$  через вектори  $\overline{AO} = \vec{m}$  і  $\overline{OD} = \vec{n}$ .
198. Дано вектори  $\vec{m}(-2; 4)$ ,  $\vec{n}(3; 1)$ ,  $\vec{k}(x; -1)$ . Знайдіть найменше значення модуля вектора  $\vec{m} - \vec{n} - \vec{k}$ .
199. Знайдіть геометричне місце точок  $M(x; y)$  координатної площини таких, що для точок  $C(5; -6)$  і  $D(-1; 2)$  виконується рівність  $|\overline{DC}| = |\overline{MC}|$ .

### Множення вектора на число

200. Дано вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  (рис. 42). Побудуйте вектор:
- 1)  $\frac{4}{5}\vec{a}$ ;
  - 2)  $-3\vec{b}$ ;
  - 3)  $\vec{b} - \frac{3}{5}\vec{a}$ .
201. Побудуйте два неколінеарних вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ . Позначте довільну точку та відкладіть від неї вектор:
- 1)  $-2\vec{a} - 3\vec{b}$ ;
  - 2)  $\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .
202. Відомо, що  $|\vec{b}| = 1,6$ . Чому дорівнює модуль вектора:
- 1)  $-2\vec{b}$ ;
  - 2)  $\frac{1}{4}\vec{b}$  ?
203. Знайдіть модуль вектора  $\vec{a} = 4\vec{c}$ , де  $\vec{c}(5; -12)$ .

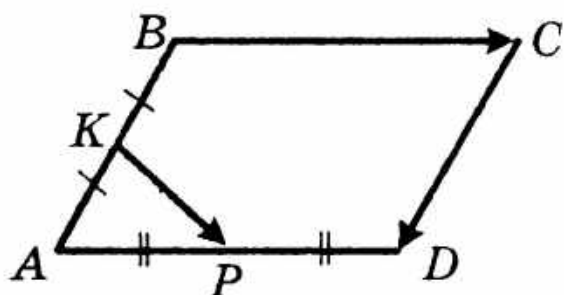


Рис. 43

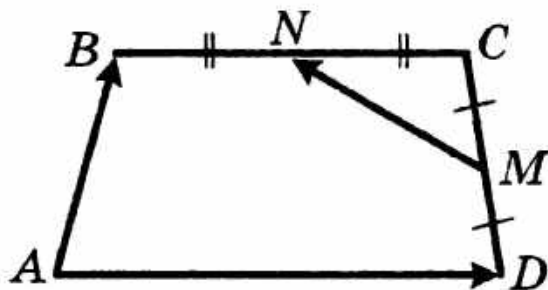


Рис. 44

204. Дано вектори  $\vec{a}(4; -7)$  і  $\vec{b}(-3; 6)$ . Знайдіть координати вектора:

1)  $3\vec{a} + \vec{b}$ ;

2)  $3\vec{b} - 5\vec{a}$ .

205. Знайдіть модуль вектора  $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ , де  $\vec{a}(-4; 2)$ ,  $\vec{b}(1; -2)$ .

206. Точки  $K$  і  $P$  — середини сторін  $AB$  і  $AD$  паралелограма  $ABCD$  (рис. 43). Виразіть вектор  $\vec{KP}$  через вектори  $\vec{BC} = \vec{a}$  і  $\vec{CD} = \vec{b}$ .

207. Точки  $N$  і  $M$  — середини сторін  $BC$  і  $CD$  трапеції  $ABCD$  (рис. 44). Виразіть вектор  $\vec{MN}$  через вектори  $\vec{AB} = \vec{a}$  і  $\vec{AD} = \vec{b}$ .

208. Відомо, що  $D$  — точка перетину діагоналей опуклого чотирикутника  $MKPF$ ,  $MD:DP = 4:9$ ,  $KD:DF = 7:3$ . Виразіть вектори  $\vec{MK}$ ,  $\vec{KP}$ ,  $\vec{PF}$  і  $\vec{FM}$  через вектори  $\vec{KD} = \vec{m}$  і  $\vec{MD} = \vec{p}$ .

209. На сторонах  $DF$  і  $EF$  трикутника  $DEF$  позначено такі точки  $P$  і  $K$  відповідно, що  $DP:PF = 1:4$ ,  $EK:KF = 4:3$ . Виразіть вектори  $\vec{EF}$ ,  $\vec{FD}$ ,  $\vec{DE}$ ,  $\vec{KD}$  і  $\vec{PE}$  через вектори  $\vec{DP} = \vec{m}$  і  $\vec{FK} = \vec{n}$ .

210. На сторонах  $AB$  і  $BC$  паралелограма  $ABCD$  позначено такі точки  $E$  і  $F$ , що  $AE = \frac{5}{6}AB$ ,  $BF = \frac{2}{3}BC$  (рис. 45). Виразіть

вектори  $\vec{DE}$  і  $\vec{DF}$  через вектори  $\vec{DA} = \vec{a}$  і  $\vec{DC} = \vec{b}$ .

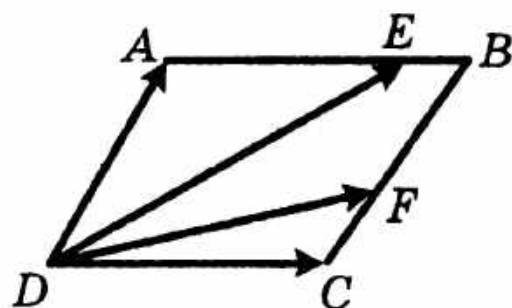


Рис. 45



$$2) |\vec{a}| = 7, |\vec{b}| = 2, \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ;$$

$$3) |\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 12, \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ.$$

222. Кут між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  дорівнює  $150^\circ$ ,  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ .

Знайдіть:

$$1) \vec{a} \cdot \vec{b}; \quad 2) (3\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot \vec{b}.$$

223. Кут між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  дорівнює  $120^\circ$ ,  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ .

Знайдіть скалярний добуток  $(3\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b})$ .

224. Знайдіть скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , якщо:

$$1) \vec{a} (2; -1), \vec{b} (4; 3); \quad 2) \vec{a} (-3; 4), \vec{b} (3; -2).$$

225. Дано вектори  $\vec{m} (5; -y)$  і  $\vec{b} (4; 6)$ . При якому значенні  $y$  виконується рівність  $\vec{m} \cdot \vec{b} = -18$ ?

226. Знайдіть косинус кута між векторами  $\vec{a} (4; -1)$  і  $\vec{b} (-6; -8)$ .

227. Медіани  $AM$  і  $CE$  правильного трикутника  $ABC$  зі стороною 6 см перетинаються в точці  $O$ . Знайдіть скалярний добуток векторів:

$$1) \vec{BA} \text{ і } \vec{BC}; \quad 3) \vec{AM} \text{ і } \vec{BC}; \quad 5) \vec{OA} \text{ і } \vec{EC};$$

$$2) \vec{BC} \text{ і } \vec{AC}; \quad 4) \vec{AO} \text{ і } \vec{OC}; \quad 6) \vec{OE} \text{ і } \vec{CO}.$$

228. Дано вектори  $\vec{c} (x; 6)$  і  $\vec{d} (3; -2)$ . При якому значенні  $x$  вектори  $\vec{c}$  і  $\vec{d}$  є перпендикулярними?

229. Дано вектори  $\vec{a} (8; y)$  і  $\vec{c} (-6; 3)$ . При яких значеннях  $y$  кут між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{c}$  є:

$$1) \text{ гострим}; \quad 2) \text{ прямим}; \quad 3) \text{ тупим?}$$

230. Знайдіть координати вектора  $\vec{b}$ , колінеарного вектору  $\vec{a} (2; -3)$ , якщо  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -26$ .

231. Знайдіть координати вектора, перпендикулярного вектору  $\vec{c}(3; -1)$ , модуль якого у 2 рази більший за модуль вектора  $\vec{c}$ .
232. Дано вектори  $\vec{c}(1; -2)$  і  $\vec{d}(3; 1)$ . Знайдіть значення  $n$ , при якому вектори  $n\vec{c} + \vec{d}$  і  $\vec{c}$  є перпендикулярними.
233. Дано вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ ,  $|\vec{a}|=4$ ,  $|\vec{b}|=5$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b})=30^\circ$ .  
Знайдіть:  
1)  $|\vec{a} - \vec{b}|$ ;                      2)  $|\vec{a} + 3\vec{b}|$ .
234. Знайдіть косинус кута між векторами  $\vec{a} = 3\vec{k} + \vec{p}$  і  $\vec{b} = \vec{k} - 2\vec{p}$ , якщо  $|\vec{k}| = |\vec{p}| = 1$  і  $\vec{k} \perp \vec{p}$ .
235. Знайдіть косинуси кутів, які утворює вектор  $\overline{CD}$ , де  $C(2; -5)$ ,  $D(-3; 7)$ , з від'ємними напрямками координатних осей.
236. Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  з вершинами  $A(-2; 3)$ ,  $B(-1; 6)$ ,  $C(5; 4)$  і  $D(4; 1)$  є прямокутником.
237. Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  з вершинами  $A(1; 6)$ ,  $B(5; 10)$ ,  $C(9; 6)$  і  $D(5; 2)$  є квадратом.
238. Яким трикутником — гострокутним, тупокутним чи прямокутним — є трикутник  $ABC$ , якщо  $A(-1; 2)$ ,  $B(3; 7)$ ,  $C(2; -1)$ ?
239. Знайдіть косинус кута між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , якщо  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ , а вектори  $3\vec{a} - \vec{b}$  і  $\vec{a} - 4\vec{b}$  перпендикулярні.
240. Знайдіть геометричне місце точок  $M(x; y)$  координатної площини таких, що для точок  $A(1; 3)$  і  $B(3; -5)$  виконується рівність:  
1)  $\overline{MA} \cdot \overline{AB} = 0$ ;                      2)  $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = 2$ .

241. Складіть рівняння прямої, яка дотикається до кола із центром  $O(2; 1)$  у точці  $A(5; -3)$ .
242. Складіть рівняння прямої, яка містить висоту  $BD$  трикутника  $ABC$ , якщо  $A(-3; -1)$ ,  $B(2; 4)$ ,  $C(3; -2)$ .
243. Точки  $M$  і  $N$  — середини сторін  $AB$  і  $CD$  квадрата  $ABCD$  відповідно. Знайдіть косинус кута між прямими  $AN$  і  $DM$ .

### Рух (переміщення) фігури. Паралельне перенесення

244. Дано ромб  $ABCD$ , діагоналі якого перетинаються в точці  $O$ . Чи існує паралельне перенесення, при якому:  
1) сторона  $AB$  є образом сторони  $BC$ ; 2) сторона  $AB$  є образом сторони  $CD$ ; 3) відрізок  $AO$  є образом відрізка  $CO$ ?  
У разі ствердної відповіді вкажіть вектор, на який має здійснюватися паралельне перенесення.
245. Побудуйте образ трикутника  $ABC$  при паралельному перенесенні на вектор  $\vec{a}$  (рис. 46).

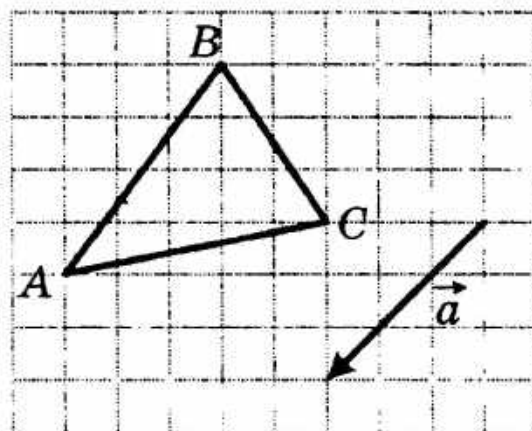


Рис. 46

246. Побудуйте образи точок  $D(-4; 2)$ ,  $E(0; 3)$  і  $F(-2; 0)$  при паралельному перенесенні на вектор  $\vec{b}(-3; 0)$ . Запишіть координати побудованих точок.
247. Знайдіть точки, які є образами точок  $M(4; -2)$  і  $N(-2; 0)$  при паралельному перенесенні на вектор  $\vec{a}(-4; 2)$ . Образами яких точок при такому паралельному перенесенні є точки  $D(-6; -9)$  і  $E(0; -4)$ ?

248. Знайдіть вектор, при паралельному перенесенні на який образом точки  $F(-6; 4)$  буде точка  $K(3; -2)$ , і вектор, при паралельному перенесенні на який образом точки  $K$  буде точка  $F$ .
249. При паралельному перенесенні образом точки  $M(-8; 6)$  є точка  $T(3; -7)$ . Яка точка є образом точки  $P(-1; -9)$  при цьому паралельному перенесенні?
250. Вершинами трикутника  $ABC$  є точки  $A(3; -2)$ ,  $B(0; 1)$  і  $C(-3; 4)$ . Виконали паралельне перенесення трикутника  $ABC$ , при якому образом точки  $A$  є точка  $B$ . Які координати вершин отриманого трикутника? Зробіть рисунок.
251. Точка  $M(-5; 9)$  — середина відрізка  $AB$ ,  $A(3; 5)$ . При паралельному перенесенні образом точки  $B$  є точка  $B_1(4; -7)$ . Знайдіть образи точок  $A$  і  $M$  при цьому паралельному перенесенні.
252. Точки  $B(0; 7)$ ,  $C(4; -2)$  і  $D(3; -4)$  є вершинами паралелограма  $ABCD$ . При паралельному перенесенні образом точки  $C$  є точка  $C_1(-3; 1)$ . Знайдіть образи точок  $A$ ,  $B$  і  $D$  при такому паралельному перенесенні.
253. Знайдіть рівняння кола, яке є образом кола  $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 11$  при паралельному перенесенні на вектор  $\vec{b}(-4; 1)$ .
254. Виконали паралельне перенесення прямої  $3x - 4y = 5$ . Запишіть рівняння отриманої прямої, якщо вона проходить через точку: 1)  $O(0; 0)$ ; 2)  $K(3; -2)$ .

### Осьова симетрія

255. Пряма  $a$  проходить через вершину  $B$  рівнобедреного трикутника  $ABC$  ( $AB = BC$ ). Чи можна стверджувати, що пряма  $a$  є віссю симетрії трикутника  $ABC$ ?
256. Дано пряму  $a$  і точку  $M$ , яка їй не належить (рис. 47). Побудуйте точку, симетричну точці  $M$  відносно прямої  $a$ .



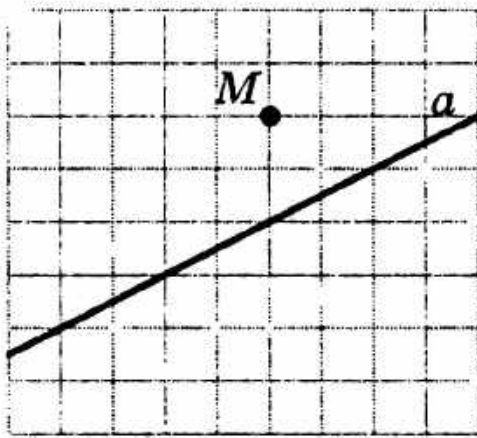


Рис. 47

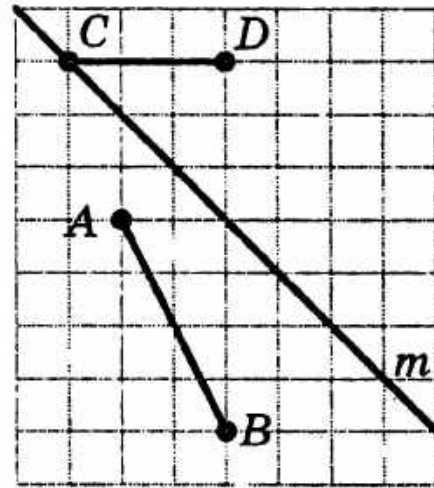


Рис. 48

257. Побудуйте образи відрізків  $AB$  і  $CD$ , зображених на рисунку 48, при симетрії відносно прямої  $m$ .
258. Накресліть коло радіуса 2 см і проведіть пряму, яка не проходить через його центр. Побудуйте коло, симетричне даному відносно цієї прямої.
259. Накресліть рівносторонній трикутник зі стороною 2,5 см, проведіть пряму, яка проходить через одну з його вершин і не має з трикутником інших спільних точок. Побудуйте трикутник, симетричний даному відносно цієї прямої.
260. Накресліть рівносторонній трикутник  $ABC$  зі стороною 3 см і проведіть пряму  $n$ , яка перетинає сторони  $AC$  і  $BC$ . Побудуйте трикутник, симетричний трикутнику  $ABC$  відносно прямої  $n$ .
261. У якому випадку пряма  $m$  є віссю симетрії прямої  $AB$ ?

262. На рисунку 49  $AB = AD$ ,  $BC = CD$ . Доведіть, що точки  $B$  і  $D$  симетричні відносно прямої  $AC$ .

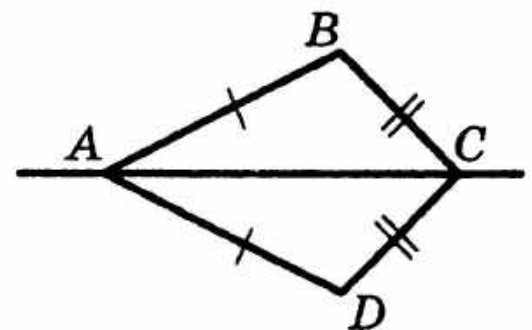


Рис. 49

263. Доведіть, що коли пряма, що проходить через середини протилежних сторін паралелограма, є його віссю симетрії, то цей паралелограм — прямокутник.
264. Знайдіть координати точки, симетричної точці  $M(-2; 5)$  відносно: 1) осі абсцис; 2) осі ординат.

265. Точки  $A(3; y)$  і  $B(x; -4)$  симетричні відносно: 1) осі абсцис; 2) осі ординат. Знайдіть  $x$  і  $y$ .
266. Осями симетрії ромба є прямі  $x=3$  і  $y=-4$ . Двома його сусідніми вершинами є точки  $B(3; -1)$  і  $C(5; -4)$ . Знайдіть координати решти вершин ромба.
267. Знайдіть координати точок, симетричних точкам  $C(1; -2)$  і  $D(0; -1)$  відносно прямої  $y = -x$ .
268. Осями симетрії прямокутника є прямі  $y = -2$  і  $x = 1$ . Одна з його вершин має координати  $(4; -3)$ . Знайдіть координати решти вершин прямокутника.
269. Діагоналі ромба лежать на координатних осях. Знайдіть координати вершин ромба, якщо середина однієї з його сторін має координати  $(-3; 5)$ .

### Центральна симетрія. Поворот

270. Позначте точки  $A$  і  $B$ . Побудуйте точку  $B_1$ , симетричну точці  $B$  відносно точки  $A$ .
271. Дано відрізок  $CD$  і точку  $M$  (рис. 50). Побудуйте відрізок, симетричний відрізку  $CD$  відносно точки  $M$ .
272. Накресліть трикутник  $DEF$  і позначте точку  $O$ , яка лежить поза трикутником. Побудуйте трикутник, симетричний даному відносно точки  $O$ .
273. Накресліть кут  $ABC$  і позначте точку  $O$ , яка належить променю  $BA$ . Побудуйте кут, симетричний куту  $ABC$  відносно точки  $O$ .

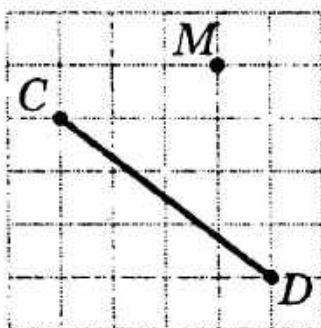


Рис. 50

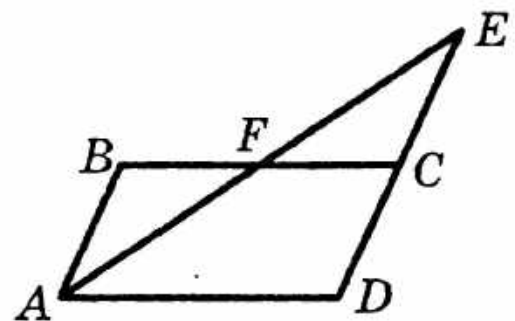


Рис. 51

274. Чи може образом променя при центральній симетрії бути цей самий промінь?
275. Знайдіть координати точки, симетричної точці  $A(-7; 3)$  відносно початку координат.
276. Серед точок  $A(2; 3)$ ,  $B(3; 2)$ ,  $C(-2; -3)$ ,  $D(-3; 2)$ ,  $E(2; -3)$  і  $F(-2; 3)$  укажіть пари точок, симетричних відносно початку координат.
277. Чи є симетричними точки  $A(-3; 6)$  і  $B(5; 4)$  відносно точки  $P(-1; 5)$ ?
278. Знайдіть координати точки, відносно якої симетричні точки  $A(-3; 8)$  і  $B(-9; 6)$ .
279. Знайдіть координати точки  $C$ , симетричної точці  $A(2; -4)$  відносно точки  $B(3; 5)$ .
280. Точки  $A(5; y)$  і  $B(x; -7)$  симетричні відносно точки  $P(3; -8)$ . Знайдіть  $x$  і  $y$ .
281. Запишіть рівняння кола, симетричного колу  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 7$  відносно:
- 1) початку координат;
  - 2) точки  $M(0; 3)$ .
282. На рисунку 51 точки  $A$  і  $E$  симетричні відносно точки  $F$ , яка лежить на стороні  $BC$  паралелограма  $ABCD$ . Доведіть, що точки  $E$  і  $D$  симетричні відносно точки  $C$ .
283. Запишіть рівняння прямої, симетричної прямій  $3x - 4y = 9$  відносно:
- 1) початку координат;
  - 2) точки  $M(-1; -2)$ .
284. Позначте точки  $M$  і  $O$ . Побудуйте образ точки  $M$  при повороті навколо центра  $O$ :
- 1) на кут  $70^\circ$  проти годинникової стрілки;
  - 2) на кут  $110^\circ$  за годинниковою стрілкою.

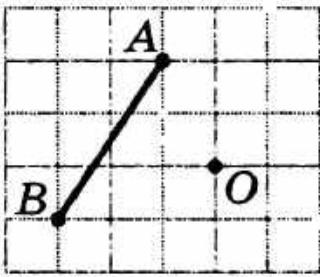


Рис. 52

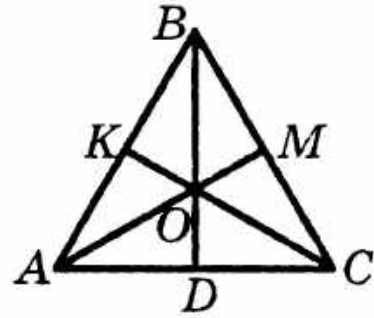


Рис. 53

285. Дано відрізок  $AB$  і точку  $O$  (рис. 52). Побудуйте образ відрізка  $AB$  при повороті на кут  $60^\circ$  навколо центра  $O$  проти годинникової стрілки.
286. Точка  $O$  — центр правильного трикутника  $ABC$  (рис. 53). Укажіть образи точок  $A$ ,  $M$ ,  $O$ , сторони  $AC$ , відрізка  $OK$  при повороті навколо точки  $O$  за годинниковою стрілкою на кут  $120^\circ$ .
287. Проведіть промінь  $OB$ . Побудуйте образ цього променя при повороті на кут  $50^\circ$  за годинниковою стрілкою навколо: 1) точки  $K$ , яка належить променю; 2) точки  $F$ , яка не належить променю.
288. Побудуйте точки, які є образами точок  $A(2; -1)$ ,  $B(-3; 2)$ ,  $D(0; -3)$ ,  $E(6; 0)$  при повороті на кут  $90^\circ$  проти годинникової стрілки навколо початку координат. Укажіть координати отриманих точок.
289. Образом точки  $A(a; -2)$  при повороті навколо початку координат на кут  $90^\circ$  за годинниковою стрілкою є точка  $B(b; 3)$ . Знайдіть  $a$  і  $b$ .
290. На який найменший кут треба повернути правильний шестикутник навколо його центра, щоб його образом був цей самий шестикутник?

### Гомотетія. Подібність фігур

291. Накресліть відрізок  $CD$  завдовжки 4 см і позначте точку  $M$ , яка не належить цьому відрізку. Побудуйте відрізок, гомотетичний відрізку  $CD$  із центром гомотетії в точці  $M$  і коефіцієнтом гомотетії: 1)  $k = \frac{1}{2}$ ; 2)  $k = -3$ .

292. Накресліть гострий кут і позначте точку  $F$ , яка лежить на одній зі сторін цього кута. Побудуйте кут, гомотетичний даному із центром гомотетії в точці  $F$  і коефіцієнтом гомотетії  $k = 2$ .

293. Побудуйте прямокутник, гомотетичний даному прямокутнику із центром гомотетії в точці перетину його діагоналей і коефіцієнтом гомотетії:

- 1)  $k = 3$ ;                      2)  $k = -1,5$ .

294. Позначте точки  $P$  і  $D$ . Знайдіть таку точку  $M$ , щоб точка  $P$  була образом точки  $D$  при гомотетії із центром  $M$  і коефіцієнтом гомотетії  $k = -2$ .

295. Точка  $C(-12; 18)$  — образ точки  $F(-4; 6)$  при гомотетії із центром у початку координат. Знайдіть коефіцієнт гомотетії.

296. Паралельні прямі перетинають сторони кута  $B$  у точках  $F, K, M$  і  $N$  (рис. 54). Відомо, що  $BK : KN = 1 : 2$ . Укажіть центр і коефіцієнт гомотетії, при якій: 1) відрізок  $FK$  є образом відрізка  $MN$ ; 2) відрізок  $MN$  є образом відрізка  $FK$ .

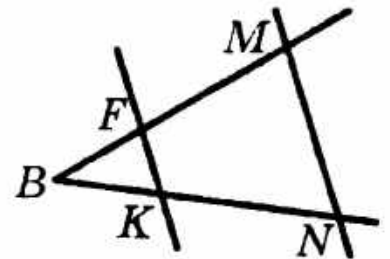


Рис. 54

297. Сторони двох квадратів відносяться як  $4 : 5$ . Як відносяться їхні площі?

298. Сторона одного квадрата дорівнює діагоналі другого. Як відносяться їхні площі?

299. Сторони двох правильних шестикутників відносяться як  $3 : 5$ , а площа меншого з них дорівнює  $72 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу більшого шестикутника.

300. Відповідні сторони двох подібних багатокутників дорівнюють  $8 \text{ см}$  і  $6 \text{ см}$ . Площа більшого багатокутника дорівнює  $288 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу меншого багатокутника.

301. Периметри подібних багатокутників відносяться як  $4 : 7$ , а різниця їхніх площ дорівнює  $264 \text{ см}^2$ . Знайдіть площі багатокутників.
302. Площі двох правильних трикутників відносяться як  $4 : 7$ . Сторона меншого трикутника дорівнює  $8 \text{ см}$ . Знайдіть сторону більшого трикутника.
303. Пряма, паралельна стороні  $AB$  трикутника  $ABC$ , ділить його на дві рівновеликі фігури. Знайдіть сторону  $AB$ , якщо відрізок прямої, який міститься між сторонами трикутника, дорівнює  $4 \text{ см}$ .
304. Продовження бічних сторін  $AB$  і  $CD$  трапеції  $ABCD$  перетинаються в точці  $F$ . Знайдіть площу трапеції, якщо  $AD : BC = 5 : 3$ , а площа трикутника  $BFC$  дорівнює  $54 \text{ см}^2$ .
305. Точка  $K$  ділить сторону  $BC$  квадрата  $ABCD$  у відношенні  $3 : 2$ , рахуючи від точки  $B$ . Відрізки  $AC$  і  $DK$  перетинаються в точці  $E$ . Знайдіть площу трикутника  $CEK$ , якщо площа трикутника  $ADE$  дорівнює  $50 \text{ см}^2$ .
306. Пряма, паралельна медіані  $CD$  трикутника  $ABC$ , перетинає сторони  $AB$  і  $AC$  у точках  $M$  і  $K$  відповідно. Площі трикутника  $AMK$  і чотирикутника  $BCKM$  відносяться як  $1 : 17$ . Знайдіть відрізок  $MK$ , якщо  $CD = 9 \text{ см}$ .

## Варіант 3

Синус, косинус і тангенс кута від  $0^\circ$  до  $180^\circ$ 

1. Чому дорівнює:

1)  $\sin(180^\circ - \alpha)$ , якщо  $\sin \alpha = \frac{3}{8}$ ;

2)  $\cos(180^\circ - \alpha)$ , якщо  $\cos \alpha = -\frac{5}{14}$ ;

3)  $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha)$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{9}$ ?

2. Знайдіть значення виразу:

1)  $5 \sin 0^\circ + 3 \cos 180^\circ$ ;

3)  $\sin^2 24^\circ + \cos^2 24^\circ$ ;

2)  $9 \sin 90^\circ - 2 \operatorname{tg} 180^\circ$ ;

4)  $\cos^2 65^\circ + \sin^2 115^\circ$ .

3. Знайдіть:

1)  $\cos \alpha$ , якщо  $\sin \alpha = \frac{1}{6}$  і  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ ;

2)  $\sin \alpha$ , якщо  $\cos \alpha = \frac{1}{7}$ ;

3)  $\cos \alpha$ , якщо  $\sin \alpha = \frac{3}{8}$ .

4. Порівняйте з нулем значення виразу:

1)  $\cos 14^\circ \operatorname{tg} 102^\circ$ ;

2)  $\cos 175^\circ \sin 180^\circ \operatorname{tg} 12^\circ$ .

5. Знайдіть значення виразу:

1)  $\sin 150^\circ \cos 135^\circ \operatorname{tg} 120^\circ$ ;

2)  $\operatorname{tg}^2 150^\circ - 2 \sin^2 135^\circ + 6 \sin 0^\circ \operatorname{tg} 179^\circ$ .

6. Знайдіть значення виразу:

1)  $\frac{\cos 11^\circ}{\cos 169^\circ} - \frac{\operatorname{tg} 112^\circ}{\operatorname{tg} 68^\circ}$ ;

2)  $\frac{\operatorname{tg} 133^\circ}{\operatorname{tg} 47^\circ} - \frac{\sin 152^\circ}{\sin 28^\circ}$ .

## Теорема косинусів

7. Знайдіть сторону  $AB$  трикутника  $ABC$ , якщо:

1)  $BC = 5$  см,  $AC = 4\sqrt{2}$  см,  $\angle C = 45^\circ$ ;

2)  $BC = 8$  см,  $AC = 3\sqrt{3}$  см,  $\angle C = 150^\circ$ .

8. Знайдіть косинус меншого кута трикутника, сторони якого дорівнюють 9 см, 10 см і 15 см.
9. Визначте, гострокутним; прямокутним чи тупокутним є трикутник, сторони якого дорівнюють:
- 1) 5 см, 8 см і 10 см;                      3) 25 см, 24 см і 7 см.  
2) 9 см, 10 см і 12 см;
10. Сторони паралелограма дорівнюють 7 см і  $6\sqrt{2}$  см, а один із кутів дорівнює  $45^\circ$ . Знайдіть діагоналі паралелограма.
11. Дві сторони трикутника дорівнюють 5 см і 13 см, а синус кута між ними дорівнює  $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ . Знайдіть третю сторону трикутника.
12. Центр кола, вписаного в трикутник  $ABC$ , віддалений на 2 см і на  $3\sqrt{3}$  см від вершин  $A$  і  $B$  відповідно. Знайдіть сторону  $AB$ , якщо  $\angle C = 120^\circ$ .
13. На сторонах  $AB$  і  $AC$  прямокутного трикутника  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ) позначено відповідно такі точки  $M$  і  $K$ , що  $AM = 4$  см,  $KC = 3$  см. Знайдіть відрізок  $KM$ , якщо  $AC = 6$  см,  $BC = 2\sqrt{55}$  см.
14. На продовженні сторони  $AC$  трикутника  $ABC$  за точку  $A$  позначили точку  $M$ , а на продовженні сторони  $BC$  за точку  $B$  — точку  $N$ . Знайдіть відрізок  $MN$ , якщо  $AM = 1$  см,  $CN = 10$  см,  $AB = 7$  см,  $BC = 5$  см,  $AC = 6$  см.
15. Дві сторони трикутника відносяться як 7 : 8, а кут між ними становить  $120^\circ$ . Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 84 см.
16. Дві сторони трикутника дорівнюють 6 см і 14 см, а кут, протилежний більшій із них, —  $120^\circ$ . Знайдіть третю сторону трикутника.
17. Для сторін  $a$ ,  $b$  і  $c$  трикутника виконується рівність  $b^2 = a^2 + c^2 + ac\sqrt{2}$ . Доведіть, що кут, протилежний стороні  $b$ , дорівнює  $135^\circ$ .



18. Сторони паралелограма дорівнюють 15 см і 30 см, а його діагоналі відносяться як 9 : 13. Знайдіть діагоналі паралелограма.
19. Одна зі сторін паралелограма на 4 см менша від другої, а його діагоналі дорівнюють 14 см і 12 см. Знайдіть сторони паралелограма.
20. У чотирикутнику  $ABCD$  відомо, що  $AB = CD = 13$  см,  $BC = 11$  см,  $AD = 21$  см. Знайдіть діагональ  $BD$ , якщо навколо чотирикутника  $ABCD$  можна описати коло.
21. У трапеції  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) відомо, що  $AB = 7$  см,  $BC = 8$  см,  $CD = 11$  см,  $AD = 14$  см. Знайдіть косинус кута  $D$  трапеції.
22. Сторони трикутника дорівнюють 9 см, 16 см і 20 см. Знайдіть бісектрису трикутника, проведену з вершини його найменшого кута.
23. Сторони трикутника дорівнюють 6 см, 7 см і 11 см. Знайдіть медіану трикутника, проведену до його найбільшої сторони.
24. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 10 см, а медіана, проведена до бічної сторони, — 8 см. Знайдіть бічну сторону трикутника.
25. Сторони трикутника дорівнюють  $5\sqrt{2}$  см і 2 см, а кут між ними —  $45^\circ$ . Знайдіть медіану трикутника, проведену до його третьої сторони.
26. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $AB = 14$  см,  $AC = 22$  см. Знайдіть сторону  $BC$  і медіану  $AM$ , якщо  $AM : BC = 3 : 7$ .
27. Сторона трикутника дорівнює 20 см, а медіани, проведені до двох інших сторін, — 21 см і 24 см. Знайдіть третю медіану трикутника.

### Теорема синусів

28. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $AB = 7\sqrt{2}$  см,  $\angle B = 60^\circ$ ,  $\angle C = 45^\circ$ . Знайдіть сторону  $AC$ .
29. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $AB = 9\sqrt{3}$  см,  $\angle B = 75^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$ . Знайдіть сторону  $BC$ .

30. Знайдіть кут  $B$  трикутника  $ABC$ , якщо:

1)  $AC = 2$  см,  $BC = \sqrt{6}$  см,  $\angle A = 60^\circ$ ;

2)  $AC = 9$  см,  $BC = 3\sqrt{3}$  см,  $\angle A = 30^\circ$ .

Скільки розв'язків у кожному випадку має задача?

31. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $AC = 4$  см,  $BC = 2$  см. Чи може  $\sin A$  дорівнювати  $\frac{3}{5}$ ?

32. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $AC = 5\sqrt{2}$  см,  $\angle B = 45^\circ$ . Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABC$ .

33. Сторона трикутника дорівнює 10 см, а радіус описаного навколо нього кола — також 10 см. Чому дорівнює кут трикутника, протилежний даній стороні?

34. Дві сторони трикутника дорівнюють 5 см і 6 см. Знайдіть третю сторону трикутника, якщо вона відноситься до радіуса описаного кола як  $\sqrt{3} : 1$ .

35. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $\angle A = 48^\circ$ ,  $\angle C = 87^\circ$ , відрізок  $CE$  — висота трикутника. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABC$ , якщо радіус кола, описаного навколо трикутника  $AEC$ , дорівнює  $2\sqrt{2}$  см.

36. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $AC = b$ ,  $\angle A = \alpha$ ,  $\angle B = \beta$ . Знайдіть сторони  $AB$  і  $BC$ .

37. На рисунку 55  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $BC = a$ ,  $\angle B = \alpha$ ,  $\angle DAC = \beta$ ,  $\angle DCA = \varphi$ . Знайдіть відрізок  $DC$ .

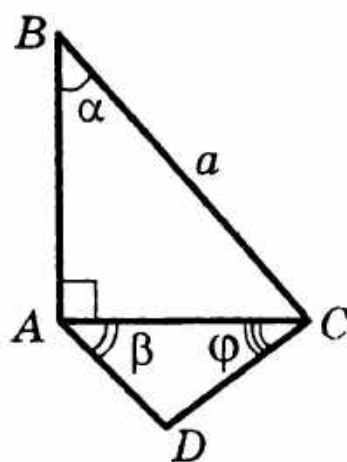


Рис. 55

38. У рівнобедреному трикутнику бічна сторона дорівнює  $b$ , а кут при вершині дорівнює  $\alpha$ . Знайдіть основу трикутника та бісектрису трикутника, проведену з вершини кута при основі.

39. У трикутнику  $ABC$  провели бісектрису  $AF$ . Знайдіть сторони трикутника  $ABC$ , якщо  $AF = m$ ,  $\angle A = \alpha$ ,  $\angle B = \beta$ .
40. Висоти трикутника  $ABC$  перетинаються в точці  $H$ . Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABC$ , якщо радіус кола, описаного навколо трикутника  $BHC$ , дорівнює 7 см.
41. Знайдіть радіус кола, описаного навколо рівнобедреного трикутника з основою 16 см і бічною стороною 17 см.
42. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють 2 см і 12 см, а бічна сторона — 13 см. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трапеції.
43. Діагоналі рівнобічної трапеції перпендикулярні. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трапеції, якщо її бічна сторона дорівнює  $7\sqrt{2}$  см.
44. У рівнобічній трапеції діагональ є бісектрисою тупого кута, а основи відносяться як 3 : 13. Знайдіть діагональ трапеції, якщо радіус кола, описаного навколо трапеції, дорівнює 13 см.
45. На стороні  $AC$  трикутника  $ABC$  позначили точку  $K$ . Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABK$ , якщо радіус кола, описаного навколо трикутника  $BKC$ , дорівнює 18 см,  $AB = 7$  см,  $BC = 21$  см.

#### Розв'язування трикутників

46. Знайдіть невідомі сторони та кути трикутника  $ABC$ , якщо:
- 1)  $AC = 10$  см,  $\angle C = 76^\circ$ ,  $\angle B = 62^\circ$ ;
  - 2)  $AB = 7$  см,  $BC = 11$  см,  $\angle B = 96^\circ$ ;
  - 3)  $AB = 7$  см,  $BC = 11$  см,  $AC = 16$  см;
  - 4)  $AB = 18$  см,  $BC = 20$  см,  $\angle A = 110^\circ$ ;
  - 5)  $AB = 12$  см,  $BC = 15$  см,  $\angle A = 50^\circ$ ;
  - 6)  $AB = 14$  см,  $BC = 9$  см,  $\angle A = 25^\circ$ ;
  - 7)  $AB = 28$  см,  $BC = 12$  см,  $\angle A = 35^\circ$ .



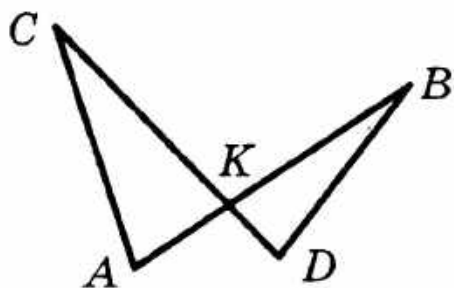


Рис. 56

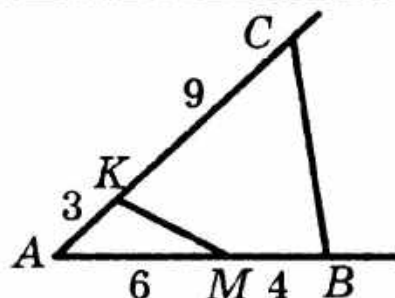


Рис. 57

57. Відрізки  $AB$  і  $CD$  перетинаються в точці  $K$  (рис. 56),  $AK = \frac{1}{2}KB$ ,  $CK = 3KD$ . Знайдіть відношення площ трикутників  $AKC$  і  $BKD$ .
58. На сторонах кута  $A$  відкладено відрізки  $AM = 6$  см,  $MB = 4$  см,  $AK = 3$  см,  $KC = 9$  см (рис. 57). Знайдіть відношення площ трикутника  $AMK$  і чотирикутника  $BCKM$ .
59. Знайдіть площу трикутника зі сторонами 7 см, 15 см і 20 см.
60. Три кола, радіуси яких дорівнюють 6 см, 2 см і 1 см, попарно мають зовнішній дотик. Знайдіть площу трикутника, вершинами якого є центри цих кіл.
61. Сторони трикутника дорівнюють 11 см, 13 см і 20 см. Знайдіть найменшу висоту трикутника, радіуси вписаного в нього та описаного навколо нього кіл.
62. У трикутник зі сторонами 17 см, 25 см і 26 см вписано коло, центр якого сполучено з вершинами трикутника. Знайдіть площі трьох утворених трикутників.
63. Бісектриса трикутника ділить його сторону на відрізки завдовжки 6 см і 10 см. Більша з двох інших сторін дорівнює 25 см. Знайдіть площу трикутника.
64. Один із кутів ромба у 2 рази більший за другий, а сторона ромба дорівнює 6 см. Знайдіть площу ромба.
65. Площа прямокутника дорівнює  $49\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>, а кут між його діагоналями —  $60^\circ$ . Знайдіть сторони прямокутника.
66. Діагоналі чотирикутника дорівнюють 5 см і 10 см, а кут між ними —  $45^\circ$ . Знайдіть площу чотирикутника.

67. Діагоналі чотирикутника дорівнюють 8 см і 9 см, а його площа —  $18 \text{ см}^2$ . Знайдіть кут між діагоналями чотирикутника.
68. Сторона квадрата дорівнює 2 см. На сторонах квадрата у зовнішній бік побудовано рівносторонні трикутники. Знайдіть площу чотирикутника, вершинами якого є вершини трикутників, що не належать даному квадрату.
69. Діагоналі опуклого чотирикутника  $ABCD$  перетинаються в точці  $K$ . Площі трикутників  $AKB$ ,  $AKD$  і  $CKD$  відповідно дорівнюють  $4 \text{ см}^2$ ,  $12 \text{ см}^2$  і  $9 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу чотирикутника  $ABCD$ .
70. У коло вписано чотирикутник, сторони якого послідовно дорівнюють 7 см, 24 см, 20 см і 15 см. Знайдіть площу чотирикутника.

### Правильні многокутники та їхні властивості

71. Знайдіть кути правильного вісімнадцятикутника.
72. Знайдіть кількість сторін правильного многокутника, якщо: 1) його кут дорівнює  $177^\circ$ ; 2) кут, суміжний із кутом многокутника, дорівнює  $12^\circ$ .
73. На рисунку 58 зображено правильний п'ятикутник  $ABCDE$ ,  $M$  — точка перетину прямих  $AE$  і  $CD$ . Знайдіть кут  $AMC$ .
74. Визначте кількість сторін правильного многокутника, якщо кут, суміжний із кутом многокутника, у 2 рази менший від кута многокутника.
75. Знайдіть центральний кут правильного сорокакутника.
76. Центральний кут правильного многокутника дорівнює  $20^\circ$ . Знайдіть кількість сторін многокутника.
77. Нехай  $a_6$  — сторона правильного шестикутника,  $R$  і  $r$  — відповідно радіуси описаного навколо нього та вписаного

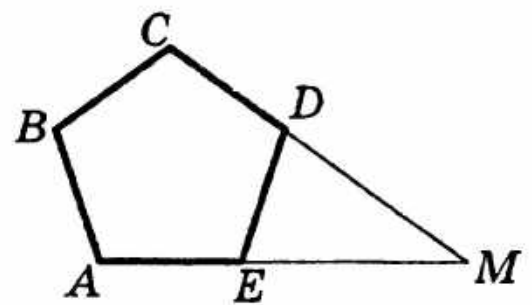


Рис. 58

в нього кіл. Заповніть таблицю (розміри дано в сантиметрах).

$a_6$	$R$	$r$
8		
	3	
		$4\sqrt{3}$

78. Знайдіть радіуси описаного навколо правильного трикутника та вписаного в нього кіл, якщо їхня різниця дорівнює 9 см.
79. Знайдіть відношення площ правильних чотирикутника та шестикутника, сторони яких є рівними.
80. Знайдіть площу правильного шестикутника, вписаного в коло, радіус якого дорівнює 8 см.
81. Відрізки  $AB$ ,  $BC$  і  $CD$  — три послідовні сторони правильного багатокутника. Продовження сторін  $AB$  і  $CD$  перетинаються в точці  $N$ ,  $\angle BNC = 170^\circ$ . Знайдіть кількість сторін даного правильного багатокутника
82. Найбільша діагональ правильного шестикутника дорівнює 10 см. Чому дорівнює радіус: 1) описаного навколо нього кола; 2) вписаного в нього кола?
83. У правильний шестикутник зі стороною  $4\sqrt{3}$  см вписано коло. Знайдіть сторону правильного трикутника, вписаного в це коло.
84. Радіус кола, описаного навколо правильного багатокутника, дорівнює 12 см, а сторона багатокутника —  $12\sqrt{3}$  см. Знайдіть радіус кола, вписаного в багатокутник, і кількість його сторін.
85. У коло радіуса 18 см вписано правильний шестикутник. У цей шестикутник вписано коло, а в коло — правильний трикутник. Знайдіть сторону трикутника.
86. Навколо правильного трикутника зі стороною  $a$  описано коло. Навколо цього кола описано квадрат. Знайдіть радіус описаного навколо квадрата кола.





100. Знайдіть довжину кола та площу круга, вписаних у правильний трикутник зі стороною 6 см.
101. Знайдіть відношення площ вписаного в правильний чотирикутник і описаного навколо нього кругів.
102. Знайдіть площу круга, описаного навколо рівнобедреного трикутника з основою 8 см і кутом  $120^\circ$  при вершині.
103. Знайдіть площу круга, вписаного в рівнобедрений трикутник, основа якого дорівнює 30 см, а бічна сторона — 17 см.
104. Сторони трикутника дорівнюють 13 см, 20 см і 21 см. Знайдіть площі описаного навколо нього та вписаного в нього кругів.
105. Площа круга, вписаного в прямокутну трапецію, дорівнює  $16\pi \text{ см}^2$ , а тупий кут трапеції дорівнює  $150^\circ$ . Знайдіть площу трапеції.
106. Побудуйте коло, довжина якого дорівнює сумі довжин двох даних кіл.
107. У півкруг, діаметр якого дорівнює 20 см, вписано прямокутний трикутник, гіпотенуза якого збігається з діаметром півкруга, а один із катетів дорівнює  $10\sqrt{3}$  см. Знайдіть площу частини півкруга, яка розміщена поза трикутником.
108. Два круги мають спільну хорду. Знайдіть відношення площ цих кругів, якщо із центра першого круга цю хорду видно під кутом  $60^\circ$ , а із центра другого — під кутом  $90^\circ$ .
109. Сторони трикутника дорівнюють 10 см, 17 см і 21 см. У трикутник вписано півкруг, центр якого лежить на більшій стороні трикутника. Знайдіть площу півкруга.
110. Вантаж піднімають за допомогою блока (рис. 59). На скільки метрів підніметься вантаж за 8 обертів блока, якщо радіус блока дорівнює 8 см? Відповідь округліть до десятих.

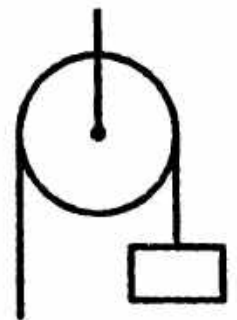


Рис. 59

111. На котушку, радіус якої дорівнює 3,5 см, намотано 70 см дроту. Скільки зроблено повних витків?
112. Діаметр колеса велосипеда дорівнює 0,7 м. Знайдіть швидкість велосипедиста в кілометрах за годину, якщо за одну хвилину колесо робить 100 обертів. Відповідь округліть до одиниць.
113. Радіус кола дорівнює 8 см. Знайдіть довжину дуги кола, градусна міра якої становить: 1)  $35^\circ$ ; 2)  $315^\circ$ .
114. Довжина дуги кола дорівнює  $20\pi$  см, а її градусна міра —  $15^\circ$ . Знайдіть радіус кола.
115. Довжина дуги кола дорівнює  $\pi$  см. Знайдіть градусну міру дуги кола, якщо радіус кола дорівнює 40 см.
116. Накресліть коло радіусом 4 см. Позначте на ньому точки  $A$  і  $B$  так, щоб довжина дуги  $AB$  дорівнювала  $3\pi$  см.
117. Довжина першого кола, радіус якого 12 см, дорівнює довжині дуги другого кола, градусна міра якої  $135^\circ$ . Знайдіть радіус другого кола.
118. На катеті  $BC$  прямокутного трикутника  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ) як на діаметрі побудовано півколо, яке перетинає гіпотенузу. Знайдіть довжину дуги цього півкола, розміщеної поза трикутником, якщо  $\angle B = 54^\circ$ ,  $BC = 8$  см.
119. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $AB = 6$  см,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle B = 80^\circ$ . Коло із центром  $B$  дотикається до сторони  $AC$ . Знайдіть довжину дуги цього кола, яка належить трикутнику.
120. Радіус круга дорівнює 4 см. Знайдіть площу сектора, якщо градусна міра його дуги становить  $100^\circ$ .
121. Яку частину площі круга становить площа сектора, якщо відповідний сектору центральний кут дорівнює  $240^\circ$ ?
122. Площа сектора становить  $\frac{9}{20}$  площі круга. Знайдіть центральний кут, відповідний даному сектору.



130. Радіус круга дорівнює 2 см. По різні боки від центра круга проведено дві паралельні хорди, які дорівнюють відповідно сторонам правильного трикутника та правильного шестикутника, вписаних у даний круг. Знайдіть площу частини круга, яка міститься між хордами.

Відстань між двома точками із заданими координатами.

### Координати середини відрізка

131. Знайдіть відстань між точками  $A$  і  $B$ , якщо:

1)  $A(-1; 2)$ ,  $B(-7; 10)$ ;                      2)  $A(2; -3)$ ,  $B(2; 6)$ .

132. Доведіть, що точки  $A(1; 3)$ ,  $B(-2; -3)$  і  $C(3; 7)$  лежать на одній прямій. Яка з точок лежить між двома іншими?

133. Вершинами трикутника є точки  $A(-3; 1)$ ,  $B(2; -5)$  і  $C(3; 6)$ . Доведіть, що трикутник  $ABC$  рівнобедрений.

134. Знайдіть координати середини відрізка  $AB$ , якщо:

1)  $A(2; -7)$ ,  $B(6; -3)$ ;                      2)  $A(-9; -5)$ ,  $B(-1; 4)$ .

135. Точка  $M$  — середина відрізка  $KN$ . Знайдіть координати точки  $K$ , якщо  $N(-4; 5)$ ,  $M(1; 2)$ .

136. Точки  $B_1(-2; 3)$  і  $A_1(5; -1)$  — середини сторін  $AC$  і  $BC$  трикутника  $ABC$  відповідно. Вершина  $B$  має координати  $(1; 7)$ . Знайдіть координати вершин  $A$  і  $C$ .

137. У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $A(1; -8)$ ,  $B(3; -4)$ ,  $C(2; -5)$ . Знайдіть середню лінію  $MN$  трикутника  $ABC$ , де точки  $M$  і  $N$  — середини сторін  $AC$  і  $AB$  відповідно.

138. Відстань між точками  $A(x; -7)$  і  $B(4; 2)$  дорівнює 15. Знайдіть  $x$ .

139. На осі абсцис знайдіть точку, рівновіддалену від точок  $A(-4; 1)$  і  $B(2; -5)$ .

140. На прямій, яка містить бісектриси першого та третього координатних кутів, знайдіть точку, рівновіддалену від точок  $A(5; 4)$  і  $B(2; 1)$ .

141. Знайдіть координати точки, яка ділить відрізок  $AB$  у відношенні  $1 : 3$ , рахуючи від точки  $A$ , якщо  $A(1; -3)$ ,  $B(-7; 13)$ .
142. Чотирикутник  $ABCD$  — паралелограм,  $A(-5; 3)$ ,  $C(6; -4)$ ,  $D(-4; 6)$ . Знайдіть координати вершини  $B$ .
143. Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  з вершинами в точках  $A(2; -3)$ ,  $B(-4; -1)$ ,  $C(1; -1)$  і  $D(7; -3)$  є паралелограмом.
144. Знайдіть довжину відрізка, кінці якого лежать на осях координат, а серединою є точка  $K(-5; 12)$ .
145. Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  з вершинами в точках  $A(-3; 6)$ ,  $B(1; 10)$ ,  $C(4; 7)$  і  $D(0; 3)$  є прямокутником.
146. Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  з вершинами в точках  $A(2; 4)$ ,  $B(3; 7)$ ,  $C(6; 6)$  і  $D(5; 3)$  є квадратом.
147. Знайдіть координати вершини  $B$  рівностороннього трикутника  $ABC$ , якщо відомо координати вершин  $A(0; -1)$  і  $C(0; 3)$ .
148. Точки  $A_1(-2; 1)$ ,  $B_1(4; -3)$  і  $C_1(-1; 5)$  — середини сторін деякого трикутника. Знайдіть координати його вершин.

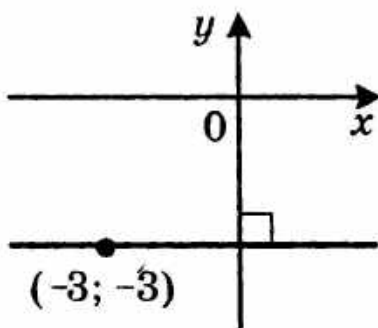
### Рівняння кола

149. Знайдіть за рівнянням кола координати його центра та радіус:
- |                               |                                |
|-------------------------------|--------------------------------|
| 1) $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 49$ ; | 3) $(x-6)^2 + (y+15)^2 = 81$ ; |
| 2) $(x+7)^2 + (y+1)^2 = 36$ ; | 4) $x^2 + (y-9)^2 = 2$ .       |
150. Складіть рівняння кола, якщо відомо координати його центра  $M$  і радіус  $R$ :
- |                           |                                   |
|---------------------------|-----------------------------------|
| 1) $M(1; -4)$ , $R = 2$ ; | 3) $M(1; -1)$ , $R = \sqrt{11}$ . |
| 2) $M(0; -5)$ , $R = 3$ ; |                                   |
151. Складіть рівняння кола із центром у точці  $M(1; -4)$ , яке проходить через точку  $A(0; 3)$ .
152. Складіть рівняння кола, діаметром якого є відрізок  $AB$ , якщо  $A(-4; 7)$ ,  $B(2; 5)$ .

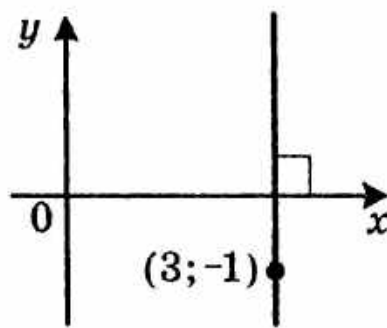
153. Складіть рівняння кола, радіусом якого є відрізок  $KP$ , якщо  $K(-2; 3)$ ,  $P(5; -2)$ .
154. Складіть рівняння кола, яке дотикається до осі ординат і центр якого знаходиться в точці  $A(-4; 2)$ .
155. Складіть рівняння кола, яке проходить через точку  $A(1; -5)$ , якщо центр кола належить осі абсцис, а радіус дорівнює 13.
156. Доведіть, що дане рівняння є рівнянням кола, і вкажіть координати центра та радіус цього кола:
- 1)  $x^2 + y^2 + 6x - 14y - 5 = 0$ ;                      2)  $x^2 + y^2 + x = 0$ .
157. Знайдіть координати центра та радіус кола, заданого рівнянням  $x^2 + y^2 - 18x + 2y + 50 = 0$ . Визначте розміщення точок  $A(5; -1)$ ,  $B(2; 4)$  і  $C(13; -5)$  відносно цього кола.

### Рівняння прямої

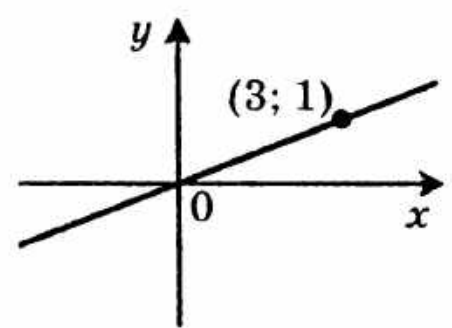
158. Знайдіть координати точок перетину прямої  $5x - 2y = -10$  з осями координат. Чи належить цій прямій точка:  
1)  $A(2; 10)$ ; 2)  $B(1; 7)$ ?
159. Складіть рівняння прямої, яка проходить через точку  $N(2; -9)$  і паралельна: 1) осі абсцис; 2) осі ординат.
160. Складіть рівняння прямої, яка проходить через точки  $A(-2; 1)$  і  $B(3; -4)$ .
161. Запишіть рівняння прямої, зображеної на рисунку 61.



а



б



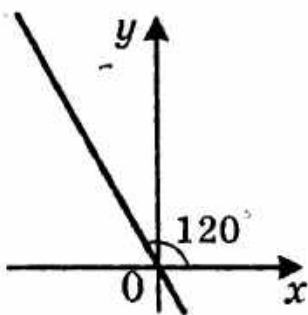
в

Рис. 61

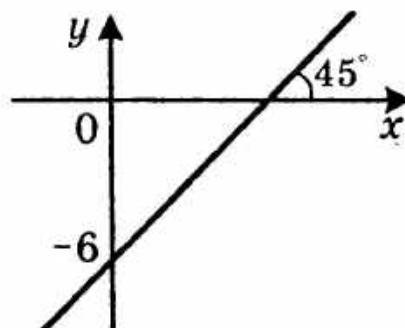
162. Знайдіть координати точки перетину прямих  $4x - 5y = 2$  і  $2x + 7y = 3$ .
163. Точки  $A(-6; 21)$ ,  $B(2; -7)$  і  $C(0; -4)$  — вершини трикутника  $ABC$ . Складіть рівняння прямої, яка містить медіану  $CM$  трикутника  $ABC$ .
164. При якому значенні  $a$  точки  $A(2a; -3)$ ,  $B(1; -2)$  і  $C(3; 4)$  лежать на одній прямій?
165. Доведіть, що коло  $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 20$  і пряма  $x - y = 3$  перетинаються, і знайдіть координати точок їх перетину.
166. Знайдіть відстань від початку координат до прямої  $4x - y = 8$ .
167. Складіть рівняння геометричного місця центрів кіл, які проходять через точки  $A(6; -8)$  і  $B(10; -2)$ .

### Кутовий коефіцієнт прямої

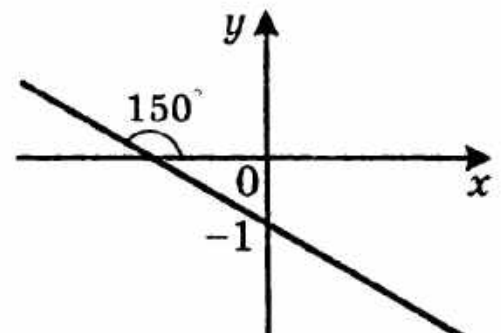
168. Складіть рівняння прямої, яка проходить через точку  $K(2; -3)$ , кутовий коефіцієнт якої дорівнює: 1)  $-4$ ; 2)  $0$ .
169. Знайдіть кутовий коефіцієнт прямої, яка проходить через точки:
- 1)  $A(5; -4)$  і  $B(1; -6)$ ;                      2)  $A(1; 1)$  і  $B(-3; 1)$ .
170. Складіть рівняння прямої, яка проходить через точку  $M(4; -2)$  і паралельна прямій  $y = 3x + 1$ .
171. Складіть рівняння прямої, яка проходить через точку  $A(1; -2)$  і утворює з додатним напрямом осі абсцис кут: 1)  $60^\circ$ ; 2)  $150^\circ$ .
172. Запишіть рівняння прямої, зображеної на рисунку 62.



а



б



в

Рис. 62

173. Серед даних прямих укажіть пари паралельних прямих:

1)  $2x + 3y = 5;$

4)  $10x + 15y = 11;$

2)  $4x - 3y = -1;$

5)  $8x - 6y = -7.$

3)  $8x + 12y = 9;$

### Поняття вектора

174. На рисунку 63 зображено вектор  $\overline{MB}$ .

Укажіть початок і кінець цього вектора. Відкладіть від точки  $F$  вектор, рівний вектору  $\overline{MB}$ , і вектор, протилежно напрямлений з вектором  $\overline{MB}$ ,

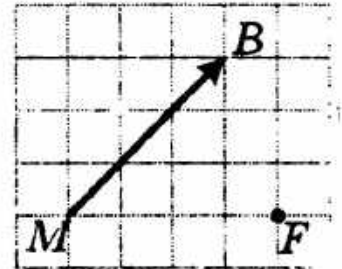


Рис. 63

модуль якого дорівнює модулю вектора  $\overline{MB}$ .

175. Які з векторів, зображених на рисунку 64: 1) є рівними; 2) співнапрямлені; 3) протилежно напрямлені; 4) колінеарні; 5) мають рівні модулі?

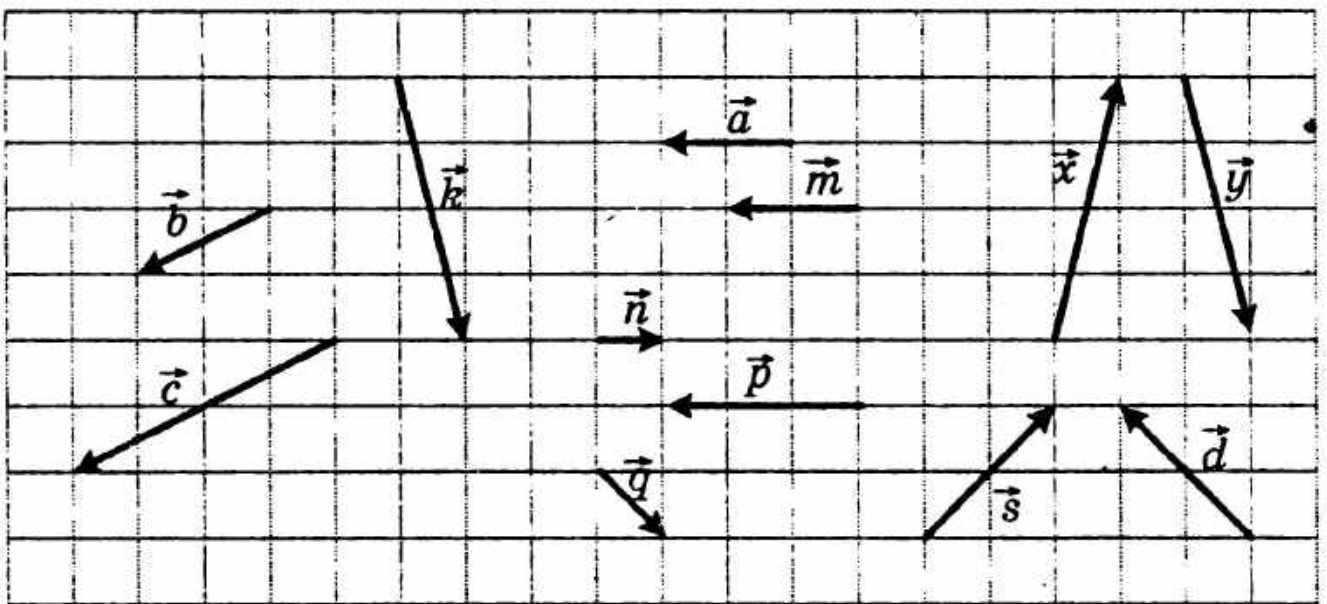


Рис. 64

176. Чотирикутник  $ABCD$  — прямокутник (рис. 65). Укажіть вектор, рівний вектору: 1)  $\overline{AB}$ ; 2)  $\overline{BA}$ ; 3)  $\overline{OC}$ ; 4)  $\overline{OA}$ .

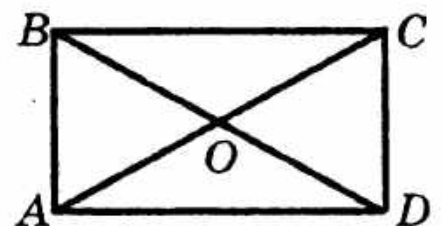


Рис. 65



177. У прямокутнику  $ABCD$  відомо, що  $CD = 6$  см,  $AC = 10$  см,  $O$  — точка перетину діагоналей. Знайдіть: 1)  $|\overline{AB}|$ ; 2)  $|\overline{BO}|$ ; 3)  $|\overline{AD}|$ .

### Координати вектора

178. Знайдіть координати вектора  $\overline{AB}$ , якщо:
- 1)  $A(3; -4)$ ,  $B(9; -2)$ ;                      2)  $A(0; -2)$ ,  $B(4; 0)$ .
179. Дано точки  $A(4; -2)$ ,  $B(x; 1)$ ,  $C(5; y)$ ,  $D(2; -3)$ . Знайдіть  $x$  і  $y$ , якщо  $\overline{AB} = \overline{CD}$ .
180. Знайдіть координати вектора  $\overline{KB}$  (рис. 66).
181. Від точки  $M(-2; 4)$  відкладено вектор  $\overline{n}(4; -6)$ . Знайдіть координати кінця вектора  $\overline{n}$ .
182. Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  з вершинами в точках  $A(3; -7)$ ,  $B(2; 4)$ ,  $C(-5; 1)$ ,  $D(-4; -10)$  є паралелограмом.
183. Дано координати трьох вершин паралелограма  $ABCD$ :  $A(1; 2)$ ,  $C(-2; 4)$ ,  $D(7; -1)$ . Знайдіть координати вершини  $B$ .
184. Серед векторів  $\overline{a}(8; -6)$ ,  $\overline{b}(1; -7)$ ,  $\overline{c}(\sqrt{10}; 3\sqrt{10})$ ,  $\overline{d}(5; 5)$ ,  $\overline{e}(4; -2)$ ,  $\overline{f}(-3; 6)$  знайдіть ті, які мають рівні модулі.
185. Модуль вектора  $\overline{a}(-15; y)$  дорівнює 17. Знайдіть  $y$ .
186. Модуль вектора  $\overline{b}$  дорівнює 6, а його координати є рівними. Знайдіть координати вектора  $\overline{b}$ .
187. Модуль вектора  $\overline{k}(x; y)$  дорівнює  $\sqrt{17}$ , а координата  $x$  цього вектора більша за координату  $y$  на 3. Знайдіть координати вектора  $\overline{k}$ .

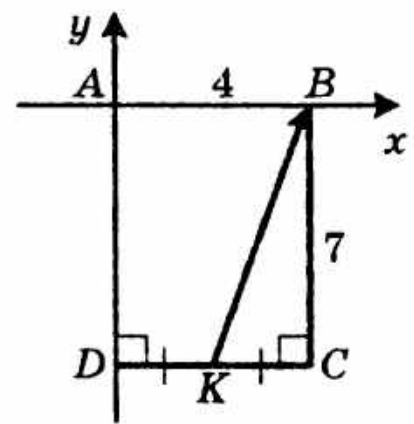


Рис. 66

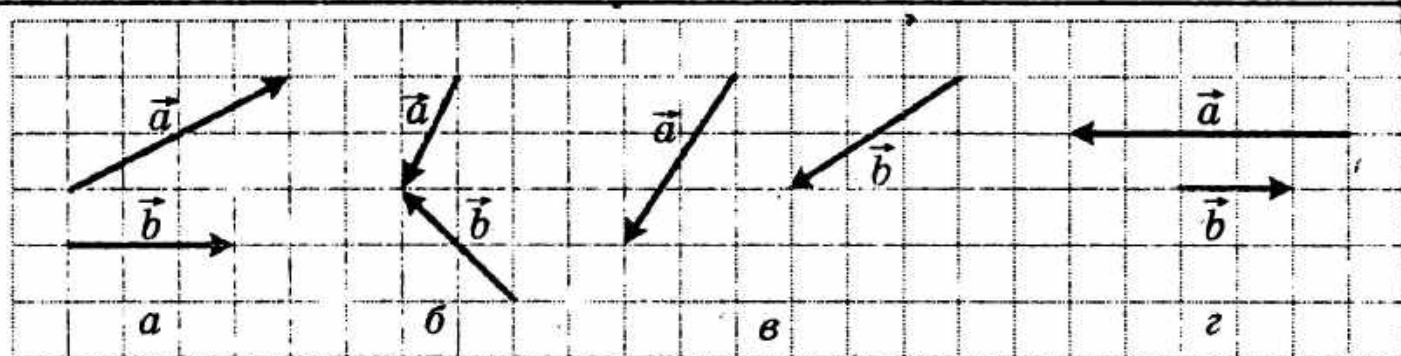


Рис. 67

### Додавання і віднімання векторів

188. За допомогою правила трикутника побудуйте суму векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , зображених на рисунку 67.
189. За допомогою правила паралелограма побудуйте суму векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , зображених на рисунку 67,  $a, б, в$ .
190. Для векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , зображених на рисунку 67, побудуйте вектор  $\vec{a} - \vec{b}$ .
191. Чотирикутник  $ABCD$  — ромб,  $O$  — точка перетину його діагоналей. Серед даних пар векторів укажіть пари протилежних векторів:
- 1)  $\overline{AC}$  і  $\overline{BD}$ ;
  - 2)  $\overline{CB}$  і  $\overline{DA}$ ;
  - 3)  $\overline{OA}$  і  $\overline{OC}$ ;
  - 4)  $\overline{BO}$  і  $\overline{CO}$ ;
  - 5)  $\overline{AC}$  і  $\overline{CA}$ ;
  - 6)  $\overline{BA}$  і  $\overline{CD}$ .
192. Чотирикутник  $ABCD$  — паралелограм. Знайдіть:
- 1)  $\overline{BA} - \overline{BC} + \overline{AD}$ ;
  - 2)  $\overline{BC} + \overline{BA} + \overline{DB}$ ;
  - 3)  $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CB} - \overline{DA}$ .
193. Чи може бути нульовим вектором сума трьох векторів, модулі яких дорівнюють:
- 1) 3; 7; 11;
  - 2) 6; 7; 12;
  - 3) 8; 7; 15?
194. Дано вектори  $\vec{a}(-6; 1)$  і  $\vec{b}(5; -3)$ . Знайдіть:
- 1)  $\vec{a} + \vec{b}$ ;
  - 2)  $\vec{a} - \vec{b}$ ;
  - 3)  $|\vec{a} + \vec{b}|$ ;
  - 4)  $|\vec{a} - \vec{b}|$ .
195. Дано точки  $A(-2; 3)$  і  $B(6; 5)$ . Знайдіть координати точки  $C$  такої, що  $\overline{BC} + \overline{AC} = \vec{0}$ .

196. Знайдіть координати векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , якщо їхня сума має координати  $(6; -3)$ , а різниця —  $(-1; 4)$ .

197. Діагоналі паралелограма  $ABCD$  перетинаються в точці  $O$  (рис. 68). Виразіть вектори  $\vec{BC}$  і  $\vec{DC}$  через вектори  $\vec{AO} = \vec{a}$  і  $\vec{OB} = \vec{b}$ .

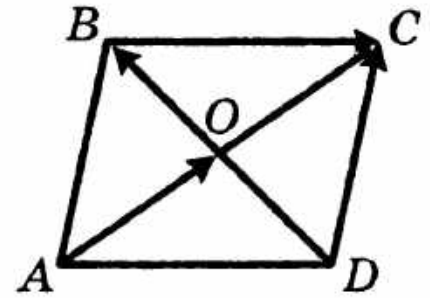


Рис. 68

198. Дано вектори  $\vec{a}(2; -5)$ ,  $\vec{b}(x; -3)$ ,  $\vec{c}(4; 1)$ . Знайдіть найменше значення модуля вектора  $\vec{c} - \vec{b} - \vec{a}$ .

199. Знайдіть геометричне місце точок  $C(x; y)$  координатної площини таких, що для точок  $A(3; -5)$  і  $B(-6; 7)$  виконується рівність  $|\vec{AC}| = |\vec{AB}|$ .

### Множення вектора на число

200. Дано вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  (рис. 69). Побудуйте вектор:

1)  $-3\vec{a}$ ;      2)  $\frac{3}{4}\vec{b}$ ;      3)  $2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .

201. Побудуйте два неколінеарних вектори  $\vec{c}$  і  $\vec{d}$ . Позначте довільну точку та відкладіть від неї вектор:

1)  $-\vec{c} + 4\vec{d}$ ;      2)  $\frac{1}{5}\vec{c} - \frac{2}{3}\vec{d}$ .

202. Відомо, що  $|\vec{c}| = 0,8$ . Чому дорівнює модуль вектора: 1)  $5\vec{c}$ ; 2)  $-0,3\vec{c}$  ?

203. Знайдіть модуль вектора  $\vec{x} = -4\vec{m}$ , де  $\vec{m}(-12; 5)$ .

204. Дано вектори  $\vec{a}(-2; 4)$  і  $\vec{b}(3; 1)$ . Знайдіть координати вектора:

1)  $\vec{a} + 2\vec{b}$ ;      2)  $4\vec{b} - 3\vec{a}$ .

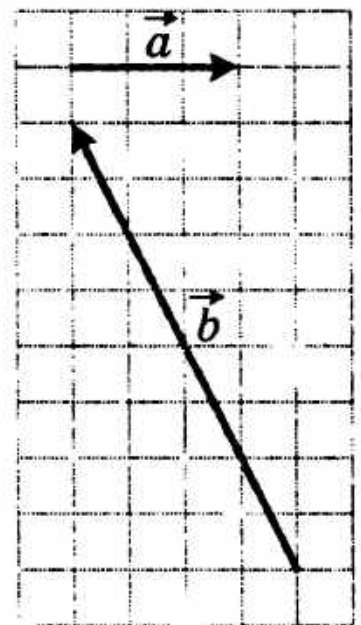


Рис. 69

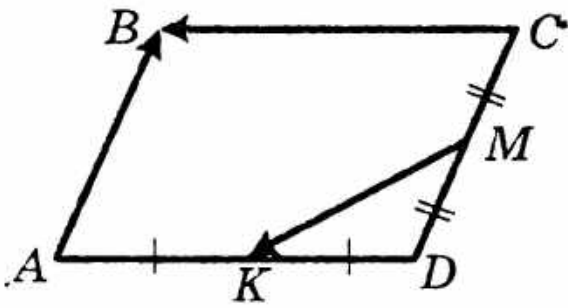


Рис. 70

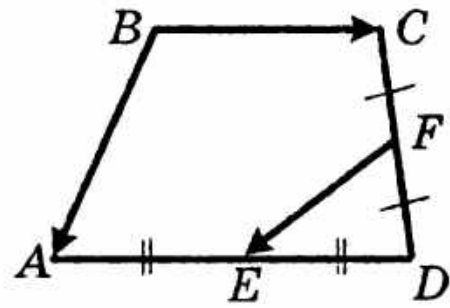


Рис. 71

205. Знайдіть модуль вектора  $\vec{m} = 5\vec{a} - 3\vec{b}$ , де  $\vec{a} (5; 6)$ ,  $\vec{b} (1; -4)$ .

206. Точки  $M$  і  $K$  — середини сторін  $CD$  і  $AD$  паралелограма  $ABCD$  (рис. 70). Виразіть вектор  $\vec{MK}$  через вектори  $\vec{AB} = \vec{a}$  і  $\vec{CB} = \vec{b}$ .

207. Точки  $F$  і  $E$  — середини сторін  $CD$  і  $AD$  трапеції  $ABCD$  (рис. 71). Виразіть вектор  $\vec{FE}$  через вектори  $\vec{BA} = \vec{a}$  і  $\vec{BC} = \vec{b}$ .

208. Відомо, що  $O$  — точка перетину діагоналей опуклого чотирикутника  $ABCD$ ,  $AO:OC = 2:3$ ,  $BO:OD = 3:5$ . Виразіть вектори  $\vec{AB}$ ,  $\vec{CB}$ ,  $\vec{CD}$  і  $\vec{DA}$  через вектори  $\vec{OC} = \vec{a}$  і  $\vec{BO} = \vec{b}$ .

209. На сторонах  $AB$  і  $AC$  трикутника  $ABC$  позначено такі точки  $K$  і  $M$  відповідно, що  $AK:KB = 2:5$ ,  $AM:MC = 4:3$ . Виразіть вектори  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$ ,  $\vec{BC}$ ,  $\vec{CK}$  і  $\vec{MB}$  через вектори  $\vec{AK} = \vec{a}$  і  $\vec{CM} = \vec{c}$ .

210. На сторонах  $AD$  і  $CD$  паралелограма  $ABCD$  позначено такі точки  $P$  і  $E$ , що  $AP = \frac{1}{4}AD$ ,

$CE = \frac{2}{7}CD$  (рис. 72). Виразіть

вектори  $\vec{BP}$  і  $\vec{BE}$  через вектори  $\vec{AB} = \vec{m}$  і  $\vec{BC} = \vec{n}$ .

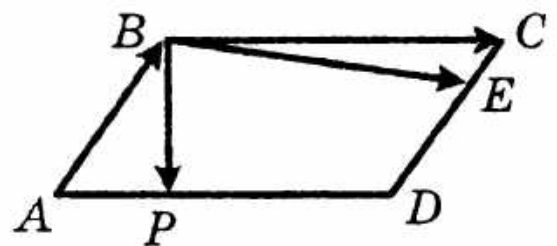


Рис. 72



### Скалярний добуток векторів

221. Знайдіть скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , якщо:

1)  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 7$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$ ;

2)  $|\vec{a}| = 8$ ,  $|\vec{b}| = 11$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 150^\circ$ ;

3)  $|\vec{a}| = 5$ ,  $|\vec{b}| = 6$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$ .

222. Кут між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  дорівнює  $135^\circ$ ,  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 7$ .

Знайдіть:

1)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ;

2)  $(2\vec{b} + 5\vec{a}) \cdot \vec{a}$ .

223. Кут між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  дорівнює  $120^\circ$ ,  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ .

Знайдіть скалярний добуток  $(\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{a} - \vec{b})$ .

224. Знайдіть скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , якщо:

1)  $\vec{a} (1; -3)$ ,  $\vec{b} (4; -2)$ ;

2)  $\vec{a} (-3; -8)$ ,  $\vec{b} (-7; -1)$ .

225. Дано вектори  $\vec{a}(4; y)$  і  $\vec{b}(5; -3)$ . При якому значенні  $y$  виконується рівність  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 8$ ?

226. Знайдіть косинус кута між векторами  $\vec{a}(5; -1)$  і  $\vec{b}(2; 6)$ .

227. Медіани  $AM$  і  $BD$  правильного трикутника  $ABC$  зі стороною 12 см перетинаються в точці  $O$ . Знайдіть скалярний добуток векторів:

1)  $\vec{CB}$  і  $\vec{CA}$ ;

3)  $\vec{AM}$  і  $\vec{BC}$ ;

5)  $\vec{AM}$  і  $\vec{OD}$ ;

2)  $\vec{CB}$  і  $\vec{AB}$ ;

4)  $\vec{OA}$  і  $\vec{OB}$ ;

6)  $\vec{OA}$  і  $\vec{OM}$ .

228. Дано вектори  $\vec{a}(6; -1)$  і  $\vec{b}(x; 2)$ . При якому значенні  $x$  вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  є перпендикулярними?

229. Дано вектори  $\vec{a}(4; -7)$  і  $\vec{b}(3; y)$ . При яких значеннях  $y$  кут між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  є:

1) гострим;

2) прямим;

3) тупим?

230. Знайдіть координати вектора  $\vec{a}$ , колінеарного вектору  $\vec{b}(2; -5)$ , якщо  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -58$ .
231. Знайдіть координати вектора, який перпендикулярний вектору  $\vec{a}(3; -1)$  і модуль якого дорівнює модулю вектора  $\vec{a}$ .
232. Дано вектори  $\vec{a}(3; -5)$  і  $\vec{b}(4; -1)$ . Знайдіть значення  $k$ , при якому вектори  $k\vec{a} - \vec{b}$  і  $\vec{a}$  є перпендикулярними.
233. Дано вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ ,  $|\vec{a}| = 5$ ,  $|\vec{b}| = 4$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$ .  
Знайдіть:  
1)  $|\vec{a} - \vec{b}|$ ;                      2)  $|\vec{a} + 4\vec{b}|$ .
234. Знайдіть косинус кута між векторами  $\vec{a} = 2\vec{m} + 3\vec{n}$  і  $\vec{b} = 3\vec{m} - \vec{n}$ , якщо  $|\vec{m}| = |\vec{n}| = 1$  і  $\vec{m} \perp \vec{n}$ .
235. Знайдіть косинуси кутів, які утворює вектор  $\vec{AB}$ , де  $A(3; 7)$ ,  $B(5; 1)$ , з від'ємними напрямками координатних осей.
236. Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  з вершинами  $A(-5; -2)$ ,  $B(-1; 2)$ ,  $C(2; -1)$  і  $D(-2; -5)$  є прямокутником.
237. Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  з вершинами  $A(1; 2)$ ,  $B(2; 5)$ ,  $C(5; 4)$  і  $D(4; 1)$  є квадратом.
238. Яким трикутником — гострокутним, тупокутним чи прямокутним — є трикутник  $ABC$ , якщо  $A(1; -4)$ ,  $B(4; 7)$ ,  $C(-2; 1)$ ?
239. Знайдіть косинус кута між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , якщо  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ , а вектори  $\vec{a} - 2\vec{b}$  і  $4\vec{a} + 3\vec{b}$  перпендикулярні.

240. Знайдіть геометричне місце точок  $N(x; y)$  координатної площини таких, що для точок  $A(-4; 5)$  і  $B(2; 1)$  виконується рівність:

$$1) \overline{AN} \cdot \overline{AB} = 0;$$

$$2) \overline{AN} \cdot \overline{BN} = 6.$$

241. Складіть рівняння прямої, яка дотикається до кола із центром  $M(-3; 2)$  у точці  $E(3; 1)$ .

242. Складіть рівняння прямої, яка містить висоту  $CE$  трикутника  $ABC$ , якщо  $A(-6; 2)$ ,  $B(3; -2)$ ,  $C(-4; 3)$ .

243. Точки  $F$  і  $E$  — середини сторін  $BC$  і  $CD$  квадрата  $ABCD$  відповідно. Знайдіть косинус кута між прямими  $AF$  і  $AE$ .

### Рух (переміщення) фігури. Паралельне перенесення

244. Дано рівнобедрений трикутник  $ABC$  з основою  $AC$ , точки  $D$  і  $E$  — середини сторін  $AB$  і  $BC$  відповідно. Чи існує паралельне перенесення, при якому: 1) сторона  $BC$  є образом сторони  $AB$ ; 2) відрізок  $AC$  є образом відрізка  $DE$ ; 3) відрізок  $AD$  є образом відрізка  $BD$ ? У разі ствердної відповіді вкажіть вектор, на який має здійснюватися паралельне перенесення.

245. Побудуйте образ трикутника  $ABC$  при паралельному перенесенні на вектор  $\vec{a}$  (рис. 73).

246. Побудуйте образи точок  $A(2; 6)$ ,  $B(1; -3)$  і  $C(0; -2)$  при паралельному перенесенні на вектор  $\vec{m}(0; -3)$ . Запишіть координати побудованих точок.

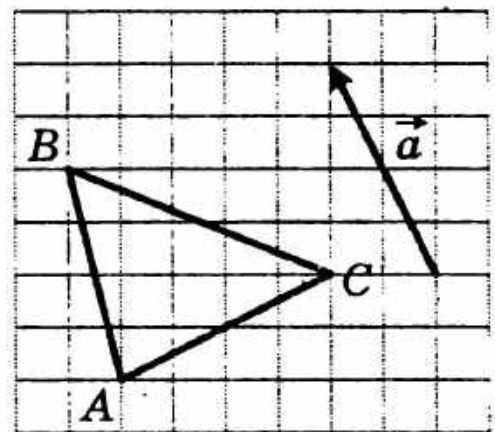


Рис. 73

247. Знайдіть точки, які є образами точок  $A(1; -2)$  і  $B(-2; 3)$  при паралельному перенесенні на вектор  $\vec{n}(-2; 5)$ . Образами яких точок при такому паралельному перенесенні є точки  $M(3; -5)$  і  $N(2; 0)$ ?



248. Знайдіть вектор, при паралельному перенесенні на який образом точки  $A(-5; 2)$  буде точка  $B(3; -1)$ , і вектор, при паралельному перенесенні на який образом точки  $B$  буде точка  $A$ .
249. При паралельному перенесенні образом точки  $A(4; -2)$  є точка  $B(-1; 7)$ . Яка точка є образом точки  $M(0; -4)$  при цьому паралельному перенесенні?
250. Вершинами трикутника  $ABC$  є точки  $A(3; -5)$ ,  $B(4; 1)$  і  $C(7; -8)$ . Виконали паралельне перенесення трикутника  $ABC$ , при якому образом точки  $A$  є точка  $B$ . Які координати вершин отриманого трикутника? Зробіть рисунок.
251. Дано точки  $A(-1; -6)$  і  $B(5; -2)$ . При паралельному перенесенні образом середини відрізка  $AB$  є точка  $C(3; 7)$ . Знайдіть образи точок  $A$  і  $B$  при цьому паралельному перенесенні.
252. Точки  $A(4; -3)$ ,  $C(9; 2)$  і  $D(-5; 1)$  є вершинами паралелограма  $ABCD$ . При паралельному перенесенні образом точки  $D$  є точка  $D_1(2; -7)$ . Знайдіть образи точок  $A$ ,  $B$  і  $C$  при такому паралельному перенесенні.
253. Знайдіть рівняння кола, яке є образом кола  $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 8$  при паралельному перенесенні на вектор  $\vec{c}(-3; 2)$ .
254. Виконали паралельне перенесення прямої  $3x + 5y = 2$ . Запишіть рівняння отриманої прямої, якщо вона проходить через точку: 1)  $O(0; 0)$ ; 2)  $A(-2; 1)$ .

### Осьова симетрія

255. Пряма  $a$  перпендикулярна до основи  $AC$  рівнобедреного трикутника  $ABC$ . Чи можна стверджувати, що пряма  $a$  є віссю симетрії трикутника  $ABC$ ?

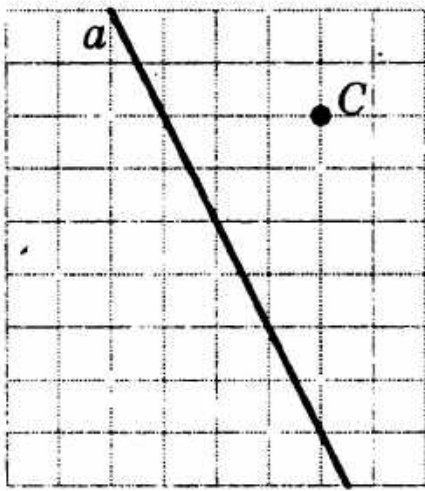


Рис. 74

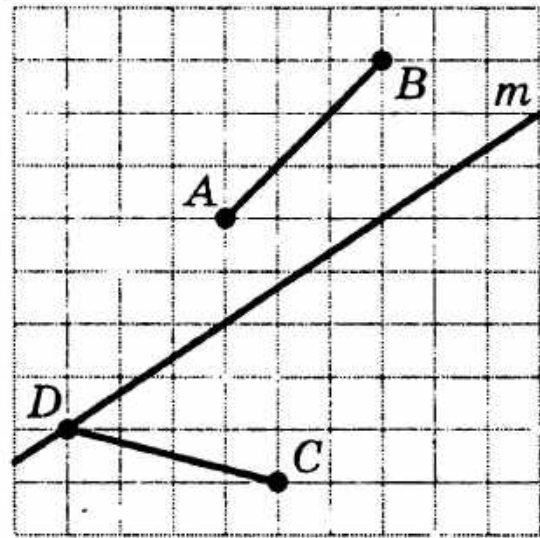


Рис. 75

256. Дано пряму  $a$  і точку  $C$ , яка їй не належить (рис. 74). Побудуйте точку, симетричну точці  $C$  відносно прямої  $a$ .
257. Побудуйте образи відрізків  $AB$  і  $CD$ , зображених на рисунку 75, при симетрії відносно прямої  $m$ .
258. Накресліть коло радіуса 1,5 см і проведіть пряму, яка не проходить через його центр. Побудуйте коло, симетричне даному відносно цієї прямої.
259. Накресліть рівносторонній трикутник зі стороною 2 см, проведіть пряму, яка проходить через одну з його вершин і не має з трикутником інших спільних точок. Побудуйте трикутник, симетричний даному відносно цієї прямої.
260. Накресліть рівносторонній трикутник  $ABC$  зі стороною 2,5 см і проведіть пряму  $a$ , яка перетинає сторони  $AB$  і  $AC$ . Побудуйте трикутник, симетричний трикутнику  $ABC$  відносно прямої  $a$ .
261. У якому разі пряма  $m$  є віссю симетрії кола із центром  $O$ ?

262. На рисунку 76  $AB = AD$ ,  $\angle BAC = \angle DAC$ .

Доведіть, що точки  $B$  і  $D$  симетричні відносно прямої  $AC$ .

263. Доведіть, що коли пряма, яка містить бісектрису одного з кутів паралелограма, є його віссю симетрії, то цей паралелограм — ромб.

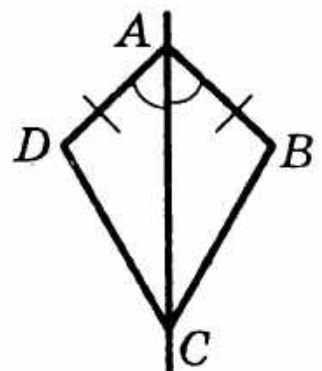


Рис. 76

264. Знайдіть координати точки, симетричної точці  $N(-2; -3)$  відносно: 1) осі абсцис; 2) осі ординат.
265. Точки  $A(5; y)$  і  $B(x; -2)$  симетричні відносно: 1) осі абсцис; 2) осі ординат. Знайдіть  $x$  і  $y$ .
266. Осями симетрії ромба є прямі  $x = 5$  і  $y = 7$ . Двома його сусідніми вершинами є точки  $A(5; -8)$  і  $B(-2; 7)$ . Знайдіть координати решти вершин ромба.
267. Знайдіть координати точок, симетричних точкам  $A(2; -3)$  і  $B(-1; 0)$  відносно прямої  $y = x$ .
268. Осями симетрії прямокутника є прямі  $y = 2$  і  $x = -4$ . Одна з його вершин має координати  $(-6; -1)$ . Знайдіть координати решти вершин прямокутника.
269. Діагоналі ромба лежать на координатних осях. Знайдіть координати вершин ромба, якщо середина однієї з його сторін має координати  $(-2; -6)$ .

### Центральна симетрія. Поворот

270. Позначте точки  $A$  і  $B$ . Побудуйте точку  $C$ , відносно якої точка  $B$  симетрична точці  $A$ .
271. Дано відрізок  $MN$  і точку  $A$  (рис. 77). Побудуйте відрізок, симетричний відріzk  $MN$  відносно точки  $A$ .
272. Накресліть трикутник  $MNK$  і позначте точку  $A$ , яка лежить поза трикутником. Побудуйте трикутник, симетричний даному відносно точки  $A$ .
273. Накресліть кут  $ABC$  і позначте точку  $O$ , яка не належить куту. Побудуйте кут, симетричний куту  $ABC$  відносно точки  $O$ .
274. Чи може образом кола при центральній симетрії бути це саме коло?
275. Знайдіть координати точки, симетричної точці  $K(-3; -4)$  відносно початку координат.

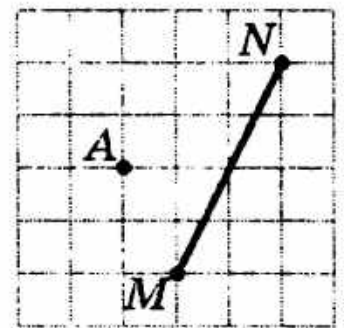


Рис. 77

276. Серед точок  $A(5; -2)$ ,  $B(1; -3)$ ,  $C(-5; 2)$ ,  $D(4; 7)$ ,  $E(-4; -7)$ ,  $F(-1; 3)$  укажіть пари точок, симетричних відносно початку координат.
277. Чи є симетричними точки  $A(7; -3)$  і  $B(3; 11)$  відносно точки  $C(2; -7)$ ?
278. Знайдіть координати точки, відносно якої симетричні точки  $A(-6; 4)$  і  $B(8; -2)$ .
279. Знайдіть координати точки  $M$ , симетричної точці  $N(1; -5)$  відносно точки  $K(0; 3)$ .
280. Точки  $M(x; -3)$  і  $B(2; y)$  симетричні відносно точки  $C(3; -2)$ . Знайдіть  $x$  і  $y$ .
281. Запишіть рівняння кола, симетричного колу  $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 7$  відносно:
- 1) початку координат;
  - 2) точки  $M(3; -1)$ .
282. На рисунку 78 прямі  $AB$  і  $CD$  паралельні,  $AB = CD$ . Доведіть, що точки  $B$  і  $C$  симетричні відносно точки  $O$ .
283. Запишіть рівняння прямої, симетричної прямій  $3x + 2y = 4$  відносно:
- 1) початку координат;
  - 2) точки  $M(4; -2)$ .
284. Позначте точки  $K$  і  $O$ . Побудуйте образ точки  $A$  при повороті навколо центра  $O$ : 1) на кут  $70^\circ$  за годинниковою стрілкою; 2) на кут  $115^\circ$  проти годинникової стрілки.
285. Дано відрізок  $MN$  і точку  $O$  (рис. 79). Побудуйте образ відрізка  $MN$  при повороті на кут  $40^\circ$  навколо центра  $O$  проти годинникової стрілки.

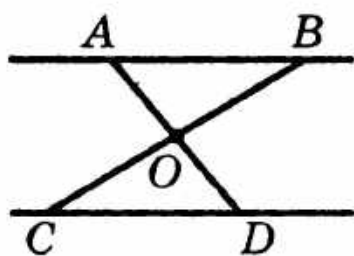


Рис. 78

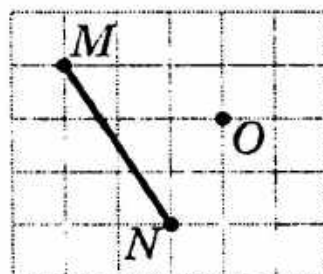


Рис. 79

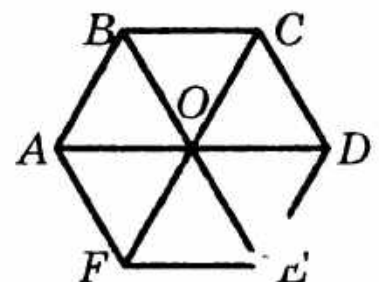


Рис. 80

286. Точка  $O$  — центр правильного шестикутника  $ABCDEF$  (рис. 80). Укажіть образи точок  $B$ ,  $E$ ,  $O$ , сторони  $DE$ , відрізка  $OF$ , діагоналі  $AD$  при повороті навколо точки  $O$  проти годинникової стрілки на кут  $60^\circ$ .
287. Проведіть промінь  $OC$ . Побудуйте образ цього променя при повороті на кут  $65^\circ$  за годинниковою стрілкою навколо: 1) точки  $P$ , яка належить променю; 2) точки  $N$ , яка не належить променю.
288. Побудуйте образи точок  $M(-2; 0)$ ,  $N(0; -5)$ ,  $K(1; 3)$ ,  $P(-3; -1)$  при повороті на кут  $90^\circ$  проти годинникової стрілки навколо початку координат. Укажіть координати отриманих точок.
289. Образом точки  $M(-3; m)$  при повороті на кут  $90^\circ$  за годинниковою стрілкою навколо точки  $O(0; 0)$  є точка  $N(-5; n)$ . Знайдіть  $m$  і  $n$ .
290. На який найменший кут треба повернути правильний восьмикутник навколо його центра, щоб його образом був цей самий восьмикутник?

### Гомотетія. Подібність фігур

291. Накресліть відрізок  $MN$  завдовжки 3 см і позначте точку  $O$ , яка не належить цьому відрізку. Побудуйте відрізок, гомотетичний відрізку  $MN$  із центром гомотетії в точці  $O$  та коефіцієнтом гомотетії: 1)  $k = -2$ ; 2)  $k = \frac{1}{3}$ .
292. Накресліть гострий кут і позначте точку  $M$ , яка лежить поза цим кутом. Побудуйте кут, гомотетичний даному із центром гомотетії в точці  $M$  і коефіцієнтом гомотетії  $k = \frac{1}{4}$ .
293. Побудуйте ромб, гомотетичний даному ромбу із центром гомотетії в точці перетину його діагоналей і коефіцієнтом гомотетії: 1)  $k = 1,5$ ; 2)  $k = -2$ .

294. Позначте точки  $M$  і  $N$ . Знайдіть таку точку  $K$ , щоб точка  $M$  була образом точки  $N$  при гомотетії із центром  $K$  і коефіцієнтом гомотетії  $k = 3$ .

295. Точка  $M(1; -3)$  — образ точки  $P(-2; 6)$  при гомотетії із центром у початку координат. Знайдіть коефіцієнт гомотетії.

296. Паралельні прямі перетинають сторони кута  $C$  у точках  $P, E, F$  і  $K$  (рис. 81). Відомо, що  $CP : PF = 4 : 1$ . Укажіть коефіцієнт і центр гомотетії, при якій: 1) відрізок  $PE$  є образом відрізка  $FK$ ; 2) відрізок  $FK$  є образом відрізка  $PE$ .

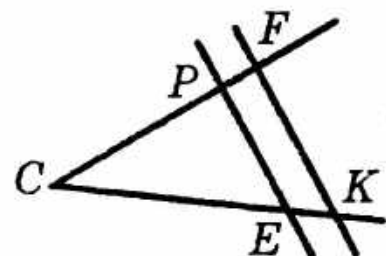


Рис. 81

297. Сторони двох правильних шестикутників відносяться як  $2 : 3$ . Як відносяться їхні площі?

298. Радіус вписаного кола одного рівностороннього трикутника дорівнює стороні другого. Як відносяться їхні площі?

299. Сторони двох квадратів відносяться як  $2 : 5$ , а площа більшого з них дорівнює  $100 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу меншого квадрата.

300. Відповідні сторони двох подібних багатокутників дорівнюють  $4 \text{ см}$  і  $10 \text{ см}$ . Площа більшого багатокутника дорівнює  $300 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу меншого багатокутника.

301. Периметри подібних багатокутників відносяться як  $2 : 5$ , а різниця їхніх площ дорівнює  $189 \text{ см}^2$ . Знайдіть площі багатокутників.

302. Площі двох правильних шестикутників відносяться як  $2 : 7$ . Сторона меншого шестикутника дорівнює  $2 \text{ см}$ . Знайдіть сторону більшого шестикутника.

303. Сторона  $AC$  трикутника  $ABC$  дорівнює 8 см. Пряма, паралельна стороні  $AC$ , ділить трикутник на дві рівновеликі фігури. Знайдіть відрізок цієї прямої, який міститься між сторонами трикутника.
304. Продовження бічних сторін  $AB$  і  $CD$  трапеції  $ABCD$  перетинаються в точці  $K$ . Знайдіть площу трапеції, якщо  $AD : BC = 4 : 3$ , а площа трикутника  $AKD$  дорівнює  $128 \text{ см}^2$ .
305. Точка  $N$  ділить сторону  $BC$  квадрата  $ABCD$  у відношенні  $4 : 3$ , рахуючи від точки  $B$ . Відрізки  $AC$  і  $DN$  перетинаються в точці  $F$ . Знайдіть площу трикутника  $AFD$ , якщо площа трикутника  $CFN$  дорівнює  $27 \text{ см}^2$ .
306. Пряма, паралельна медіані  $AK$  трикутника  $ABC$ , перетинає сторони  $AB$  і  $BC$  у точках  $E$  і  $F$  відповідно. Площі трикутника  $BEF$  і чотирикутника  $ACFE$  відносяться як  $5 : 7$ . Знайдіть відрізок  $EF$ , якщо  $AK = 6 \text{ см}$ .

**КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ****Варіант 1****Контрольна робота № 1****Тема. Розв'язування трикутників**

- 1.° Дві сторони трикутника дорівнюють 4 см і 8 см, а кут між ними —  $60^\circ$ . Знайдіть третю сторону трикутника та його площу.
- 2.° Два кути трикутника дорівнюють  $30^\circ$  і  $135^\circ$ , а сторона, яка лежить проти меншого з них, дорівнює 4 см. Знайдіть сторону трикутника, яка лежить проти більшого з даних кутів.
- 3.° Визначте, гострокутним, прямокутним чи тупокутним є трикутник зі сторонами 4 см, 5 см і 7 см.
- 4.° Одна сторона трикутника на 2 см більша за другу, а кут між ними становить  $120^\circ$ . Знайдіть периметр трикутника, якщо його третя сторона дорівнює 7 см.
- 5.° Знайдіть радіус кола, вписаного в трикутник зі сторонами 7 см, 15 см і 20 см.
- 6.° Сторони трикутника дорівнюють 7 см, 11 см і 12 см. Знайдіть медіану трикутника, проведену до його більшої сторони.

**Контрольна робота № 2****Тема. Правильні многокутники**

- 1.° Знайдіть кути правильного 60-кутника.
- 2.° Знайдіть довжину кола, описаного навколо квадрата зі стороною 8 см.
- 3.° Сторона правильного трикутника, вписаного в коло, дорівнює  $5\sqrt{3}$  см. Знайдіть сторону правильного шестикутника, описаного навколо цього кола.
- 4.° Радіус кола, описаного навколо правильного многокутника, дорівнює  $2\sqrt{3}$  см, а радіус кола, вписаного в ньо-



- го, — 3 см. Знайдіть: 1) сторону многокутника; 2) кількість сторін многокутника.
- 5.<sup>°</sup> Сторона трикутника дорівнює  $4\sqrt{2}$  см, а прилеглі до неї кути дорівнюють  $80^\circ$  і  $55^\circ$ . Знайдіть довжини дуг, на які вершини трикутника ділять описане навколо нього коло.
- 6.<sup>\*\*</sup> У правильному шестикутнику  $ABCDEF$  сполучили середини сторін  $AB$ ,  $CD$  і  $EF$ . Знайдіть сторону правильного трикутника, утвореного при цьому, якщо  $AB = a$ .
- 

### Контрольна робота № 3

#### Тема. Декартові координати

- 1.<sup>°</sup> Знайдіть довжину відрізка  $AB$  і координати його середини, якщо  $A(-3; 2)$  і  $B(1; -5)$ .
- 2.<sup>°</sup> Складіть рівняння кола, центр якого знаходиться в точці  $M(1; -3)$  і яке проходить через точку  $K(-4; 2)$ .
- 3.<sup>°</sup> Знайдіть координати вершини  $D$  паралелограма  $ABCD$ , якщо  $A(-2; 3)$ ,  $B(4; 5)$ ,  $C(2; 1)$ .
- 4.<sup>°</sup> Складіть рівняння прямої, яка проходить через точки  $K(3; -2)$  і  $P(5; 2)$ .
- 5.<sup>°</sup> Знайдіть координати точки, яка належить осі абсцис і рівновіддалена від точок  $A(-2; 3)$  і  $B(6; 1)$ .
- 6.<sup>\*\*</sup> Складіть рівняння прямої, яка паралельна прямій  $y = -3x + 10$  і проходить через центр кола

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0.$$

---

### Контрольна робота № 4

#### Тема. Вектори

- 1.<sup>°</sup> Дано точки  $A(-2; 3)$ ,  $B(1; -1)$ ,  $C(2; 4)$ . Знайдіть:
- 1) координати векторів  $\overline{AB}$  і  $\overline{CA}$ ;
  - 2) модулі векторів  $\overline{AB}$  і  $\overline{CA}$ ;
  - 3) координати вектора  $\overline{MN} = 3\overline{AB} - 2\overline{CA}$ ;

- 4) скалярний добуток векторів  $\overline{AB}$  і  $\overline{CA}$ ;
- 5) косинус кута між векторами  $\overline{AB}$  і  $\overline{CA}$ .
- 2.° Накресліть трикутник  $ABC$ . Побудуйте вектор:
- 1)  $\overline{AC} + \overline{CB}$ ;                      2)  $\overline{BC} - \overline{BA}$ ;                      3)  $\overline{AB} + \overline{AC}$ .
- 3.° Дано вектори  $\overline{a}(2; 6)$  і  $\overline{b}(-3; k)$ . При якому значенні  $k$  вектори  $\overline{a}$  і  $\overline{b}$ : 1) колінеарні; 2) перпендикулярні?
- 4.° На сторонах  $AB$  і  $BC$  паралелограма  $ABCD$  позначили відповідно точки  $F$  і  $E$  так, що  $AF : FB = 1 : 4$ ,  $BE : EC = 1 : 3$ . Виразіть вектор  $\overline{EF}$  через вектори  $\overline{AB} = \overline{a}$  і  $\overline{AD} = \overline{b}$ .
- 5.° Знайдіть косинус кута між векторами  $\overline{a} = \overline{n} + 2\overline{m}$  і  $\overline{b} = 3\overline{n} - \overline{m}$ , якщо  $\overline{m} \perp \overline{n}$ ,  $|\overline{m}| = |\overline{n}| = 1$ .

### Контрольна робота № 5

#### Тема. Геометричні перетворення

- 1.° Знайдіть координати точок, симетричних точкам  $A(-3; 4)$  і  $B(0; 5)$  відносно:
- 1) осі абсцис;    2) осі ординат;    3) початку координат.
- 2.° Накресліть трикутник  $ABC$ . Побудуйте образ трикутника  $ABC$ : 1) при паралельному перенесенні на вектор  $\overline{BC}$ ; 2) при симетрії відносно точки  $A$ ; 3) при симетрії відносно прямої  $AB$ .
- 3.° Точка  $P$  є образом вершини  $D$  прямокутника  $ABCD$  при повороті навколо точки  $A$  на кут  $90^\circ$  проти годинникової стрілки. Знайдіть відрізок  $PC$ , якщо  $AB = 7$  см,  $BC = 15$  см.
- 4.° Продовження бічних сторін  $AB$  і  $CD$  трапеції  $ABCD$  перетинаються в точці  $M$ . Знайдіть площу трапеції, якщо  $BC : AD = 2 : 5$ , а площа трикутника  $BMC$  дорівнює  $12 \text{ см}^2$ .

- 5.\*\* Із точок  $A$  і  $C$ , які лежать в одній півплощині відносно прямої  $m$ , опущено перпендикуляри  $AA_1$  і  $CC_1$  на цю пряму. Відомо, що  $AA_1 = 7$  см,  $CC_1 = 1$  см,  $A_1C_1 = 6$  см. Якого найменшого значення може набувати сума  $AH + HC$ , де  $H$  — точка, що належить прямій  $m$ ?
- 

### Контрольна робота № 6

#### Тема. Узагальнення і систематизація знань учнів

- 1.° Дві сторони паралелограма дорівнюють 6 см і 8 см, а кут між ними —  $60^\circ$ . Знайдіть:
- 1) більшу діагональ паралелограма;
  - 2) площу паралелограма.
- 2.° У трикутнику  $MKP$  відомо, що  $MP = 7\sqrt{2}$  см,  $KP = 7\sqrt{3}$  см,  $\angle K = 45^\circ$ . Знайдіть кут  $M$ .
- 3.° Навколо правильного трикутника  $ABC$  зі стороною 18 см описано коло із центром  $O$ .
- 1) Знайдіть площу сектора, який містить дугу  $BAC$ .
  - 2) Укажіть, який відрізок є образом сторони  $AB$  при повороті навколо центра  $O$  за годинниковою стрілкою на кут  $120^\circ$ .
- 4.° Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  з вершинами в точках  $A(1; -1)$ ,  $B(-4; 4)$ ,  $C(-2; 6)$  і  $D(3; 1)$  є прямокутником.
- 5.° Знайдіть рівняння кола, яке є образом кола
- $$(x + 3)^2 + (y - 9)^2 = 16$$
- при паралельному перенесенні на вектор  $\vec{a}(-5; 4)$ .
- 6.\*\* Знайдіть косинус кута між векторами  $\vec{m}$  і  $\vec{n}$ , якщо вектори  $\vec{a} = 2\vec{m} + 3\vec{n}$  і  $\vec{b} = 6\vec{m} - \vec{n}$  перпендикулярні,  $|\vec{m}| = 2$ ,  $|\vec{n}| = 6$ .
-

**Варіант 2****Контрольна робота № 1****Тема. Розв'язування трикутників**

- 1.° Дві сторони трикутника дорівнюють 6 см і 4 см, а кут між ними —  $120^\circ$ . Знайдіть третю сторону трикутника та його площу.
  - 2.° Два кути трикутника дорівнюють  $60^\circ$  і  $45^\circ$ , а сторона, яка лежить проти більшого з них, дорівнює  $3\sqrt{2}$  см. Знайдіть сторону трикутника, яка лежить проти меншого з даних кутів.
  - 3.° Визначте, гострокутним, прямокутним чи тупокутним є трикутник зі сторонами 3 см, 8 см і 10 см.
  - 4.° Одна сторона трикутника на 6 см менша від другої, а кут між ними становить  $60^\circ$ . Знайдіть периметр трикутника, якщо його третя сторона дорівнює 14 см.
  - 5.° Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника зі сторонами 17 см, 25 см і 28 см.
  - 6.\*\* Дві сторони трикутника дорівнюють 7 см і 9 см, а медіана, проведена до третьої сторони, — 4 см. Знайдіть невідому сторону трикутника.
- 

**Контрольна робота № 2****Тема. Правильні багатокутники**

- 1.° Знайдіть кути правильного 72-кутника.
- 2.° Знайдіть площу круга, вписаного в правильний трикутник зі стороною 6 см.
- 3.° У коло вписано правильний шестикутник зі стороною 4 см. Знайдіть сторону квадрата, описаного навколо цього кола.
- 4.° Радіус кола, описаного навколо правильного багатокутника, дорівнює  $4\sqrt{2}$  см, а сторона багатокутника — 8 см.

- Знайдіть: 1) радіус кола, вписаного в багатокутник;  
2) кількість сторін багатокутника.
- 5.<sup>°</sup> Сторона трикутника дорівнює  $6\sqrt{3}$  см, а прилеглі до неї кути дорівнюють  $50^\circ$  і  $70^\circ$ . Знайдіть довжини дуг, на які вершини трикутника ділять описане навколо нього коло.
- 6.<sup>\*\*</sup> Знайдіть діагональ  $AD$  правильного восьмикутника  $ABCDEFGKP$ , якщо  $AB = a$ .
- 

### Контрольна робота № 3

#### Тема. Декартові координати

- 1.<sup>°</sup> Знайдіть довжину відрізка  $DF$  і координати його середини, якщо  $D(4; -5)$  і  $F(-3; -1)$ .
- 2.<sup>°</sup> Складіть рівняння кола, яке проходить через точку  $P(-2; -5)$  і центр якого знаходиться в точці  $E(1; -3)$ .
- 3.<sup>°</sup> Знайдіть координати вершини  $C$  паралелограма  $ABCD$ , якщо  $A(-3; -2)$ ,  $B(4; 7)$ ,  $D(-2; -5)$ .
- 4.<sup>°</sup> Складіть рівняння прямої, яка проходить через точки  $M(-2; -2)$  і  $N(2; 10)$ .
- 5.<sup>°</sup> Знайдіть координати точки, яка належить осі ординат і рівновіддалена від точок  $C(2; -1)$  і  $D(-4; 5)$ .
- 6.<sup>\*\*</sup> Складіть рівняння прямої, яка паралельна прямій  $y = 5x - 9$  і проходить через центр кола

$$x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0.$$

---

### Контрольна робота № 4

#### Тема. Вектори

- 1.<sup>°</sup> Дано точки  $M(-2; -4)$ ,  $P(4; 4)$ ,  $K(-1; 3)$ . Знайдіть:
- 1) координати векторів  $\overline{MK}$  і  $\overline{PM}$ ;
  - 2) модулі векторів  $\overline{MK}$  і  $\overline{PM}$ ;
  - 3) координати вектора  $\overline{EF} = 2\overline{MK} - 3\overline{PM}$ ;

- 4) скалярний добуток векторів  $\overline{MK}$  і  $\overline{PM}$ ;
- 5) косинус кута між векторами  $\overline{MK}$  і  $\overline{PM}$ .
- 2.° Накресліть трикутник  $ABC$ . Побудуйте вектор:
- 1)  $\overline{BA} + \overline{AC}$ ;                      2)  $\overline{CA} - \overline{CB}$ ;                      3)  $\overline{BC} + \overline{BA}$ .
- 3.° Дано вектори  $\overline{m}(p; 4)$  і  $\overline{n}(20; -10)$ . При якому значенні  $p$  вектори  $\overline{m}$  і  $\overline{n}$ : 1) колінеарні; 2) перпендикулярні?
- 4.° На сторонах  $CD$  і  $AD$  паралелограма  $ABCD$  позначили відповідно точки  $M$  і  $K$  так, що  $CM : MD = 2 : 5$ ,  $AK : KD = 1 : 2$ . Виразіть вектор  $\overline{MK}$  через вектори  $\overline{AB} = \overline{a}$  і  $\overline{AD} = \overline{b}$ .
- 5.° Знайдіть косинус кута між векторами  $\overline{a} = 3\overline{k} - \overline{p}$  і  $\overline{b} = \overline{k} - 3\overline{p}$ , якщо  $\overline{k} \perp \overline{p}$ ,  $|\overline{k}| = |\overline{p}| = 1$ .

### Контрольна робота № 5

#### Тема. Геометричні перетворення

- 1.° Знайдіть координати точок, симетричних точкам  $C(2; -1)$  і  $D(-4; 0)$  відносно:
- 1) осі ординат; 2) осі абсцис; 3) початку координат.
- 2.° Накресліть трикутник  $DEF$ . Побудуйте образ трикутника  $DEF$ : 1) при паралельному перенесенні на вектор  $\overline{DE}$ ; 2) при симетрії відносно точки  $F$ ; 3) при симетрії відносно прямої  $DF$ .
- 3.° Точка  $M$  є образом вершини  $C$  квадрата  $ABCD$  при повороті навколо точки  $D$  на кут  $90^\circ$  за годинниковою стрілкою. Знайдіть відрізок  $BM$ , якщо  $AB = 4$  см.
- 4.° Продовження бічних сторін  $AB$  і  $CD$  трапеції  $ABCD$  перетинаються в точці  $M$ . Знайдіть площу трикутника  $AMD$ , якщо  $BC : AD = 3 : 4$ , а площа трапеції дорівнює  $14 \text{ см}^2$ .

- 5.\*\* Із точок  $D$  і  $E$ , які лежать в одній півплощині відносно прямої  $m$ , опущено перпендикуляри  $DD_1$  і  $EE_1$  на цю пряму. Відомо, що  $DD_1 = 4$  см,  $EE_1 = 8$  см,  $D_1E_1 = 5$  см. Якого найменшого значення може набувати сума  $DX + XE$ , де  $X$  — точка, що належить прямій  $m$ ?
- 

### Контрольна робота № 6

#### Тема. Узагальнення і систематизація знань учнів

- 1.° Дві сторони паралелограма дорівнюють 3 см і 5 см, а кут між ними —  $30^\circ$ . Знайдіть:
- 1) більшу діагональ паралелограма;
  - 2) площу паралелограма.
- 2.° У трикутнику  $ABC$  відомо, що  $AC = 6\sqrt{2}$  см,  $BC = 6$  см,  $\angle A = 30^\circ$ . Знайдіть кут  $B$ .
- 3.° Навколо правильного шестикутника  $ABCDEF$  зі стороною 8 см описано коло із центром  $O$ .
- 1) Знайдіть площу сектора, який містить дугу  $ACE$ .
  - 2) Укажіть, який відрізок є образом сторони  $CD$  при повороті навколо центра  $O$  проти годинникової стрілки на кут  $120^\circ$ .
- 4.° Доведіть, що чотирикутник  $ABCD$  з вершинами в точках  $A(3; 5)$ ,  $B(-1; -1)$ ,  $C(-7; -5)$  і  $D(-3; 1)$  є ромбом.
- 5.° Знайдіть рівняння кола, яке є образом кола

$$(x - 2)^2 + (y + 6)^2 = 36$$

при паралельному перенесенні на вектор  $\vec{a}(-4; 1)$ .

- 6.\*\* Знайдіть косинус кута між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , якщо вектори  $\vec{m} = 3\vec{a} - \vec{b}$  і  $\vec{n} = \vec{a} + 5\vec{b}$  перпендикулярні,  $|\vec{a}| = 5$ ,  $|\vec{b}| = 3$ .
-

## Зміст

Від авторів.....	3
Тематичний розподіл вправ .....	4
Вправи .....	5
Варіант 1.....	5
Варіант 2.....	38
Варіант 3.....	71
Контрольні роботи .....	104
Варіант 1.....	104
Варіант 2.....	108

Навчальне видання

Мерзляк Аркадій Григорович, Полонський Віталій Борисович,  
Рабінович Юхим Михайлович, Якір Михайло Семенович

### Геометрія

9 клас

#### Збірник задач і контрольних робіт

Головний редактор *Г. Ф. Висоцька*

Редактор *Т. Є. Цента*. Комп'ютерне верстання *С. І. Севрин*

Формат 84x108/32. Папір офсетний. Гарнітура шкільна. Друк офсетний.  
Ум. друк. арк. 5,88. Тираж 3000 прим. Замовлення № *429*

ТОВ ТО «Гімназія»,

вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052

Тел.: (057) 719-17-26, (057) 719-46-80, факс: (057) 758-83-93

*E-mail*: [contact@gymnasia.com.ua](mailto:contact@gymnasia.com.ua)

[www.gymnasia.com.ua](http://www.gymnasia.com.ua)

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 644 від 25.10.2001

Надруковано з діапозитивів, виготовлених ТОВ ТО «Гімназія»,  
у друкарні ПП «Модем»,

вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052

Тел. (057) 758-15-80

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ХК № 91 від 25.12.2003